

## BİR MADEN YATAĞINDA, TENOR DAĞILIMININ, MATEMATİKSEL MODELLER KULLANILARAK SAPTANMASI VE REZERV HESAPLARI

Gönül GÜNVARAN\* — Turhan ARMUTÇU\*\*

### Özet

Bilindiği üzere bir maden yatağında, yapılan sondajlardan ve açılan galerilerden elde edilen tenor verilerinden maden yatağının diğer kısımlarındaki tenor verilerini saptamak için çeşitli metodlar kullanılmaktadır. Tebliğde bu metodlardan biri olan ve son zamanlarda, bilhassa bazı maden yataklarının, tenor dağılımının tespitinde başarıyla uygulanan matematiksel modeller hakkında bilgi verilmektedir.

### Abstract

As we know, different techniques are employed to find grade distribution in ore bodies from drilling or channel sampling results. In this article one of these techniques, that of mathematical models, is explained, these having been successfully used in some ore bodies to find grade distribution.

### 1. Giriş

Maden yatakları oluşumları itibariyle pek çok farklı tipler göstermektedir. Yeni bir maden yatağı bulunduğunda bunun tipi tesbit edilse bile; yatağın içindeki tenor dağılımı kâfi derecede tahmin edilememektedir. Bu bakımdan maden yatağında yapılan sondajlara, galeri ve kuyuların açılmasına ihtiyaç duyulmakta, sonra da buralardan elde edilen numunelerin değerlendirilmesi yapılarak yatağın içindeki tenor dağılımı, dolayısıyla rezervin kalitesi hakkında bilgiler saptanmaktadır.

(\*) Yüksek Matematikçi, ALTA. Enstitüsü Plân-Proje Şubesi

(\*\*) Maden Y. Muh., M T. A. Enstitüsü Plân-Proje Şubesi.

Cevher dağılımı yatağın jeolojik yapısıyla çok yakinen alâkalı olduğundan jeolojik yapı ortaya çıkartılarak değerlendirme işlemi tamamlanmaktadır.

Cevher, yatağın içinde, tesadüfi (random) bir dağılım arz ediyorsa ve numuneler de tesadüfi (random) bir şekilde elde edilmişse yatağın rezervinin ve ortalama tenorunun saptanmasında, klâsik istatistiksel metodlar, iyi netice vermektedir.

Yatağın içindeki cevher dağılımı belli bir jeolojik formasyon veya formasyonlar içinde, örneğin dissémine yatak tipinde, bir yönden diğer bir yöne doğru ilerledikçe artan basit bir trend veya yer yer zengin zon, sonra fakir, sonra tekrar zengin zon gibi kompleks bir dağılım gösteriyorsa, eskiden beri bilinen üçgen, poligon ve kesit metodlarından birini uygulayarak genel mânada bir rezerv ve ortalama tenor rakamı saptanmaktadır. Yatağın mineralizasyon trendini saptamak için uygun yataklarda rezerv hesaplarının yımında eştenör eğrileri metodundan yararlanılmaktadır. Alışlagelmiş teknikler olarak isimlendireceğim bu teknikler, örneğin üçgen, poligon ve kesit metodu kullanımında numunelere belli kıstaslar dahilinde bir tesir hacmi verümemekte veya eştenör eğrilerinde olduğu gibi numunelerinde doğrusal interpolasyona gidilerek tenoru bilinmeyen noktaların tenor tahmini yapılmaktadır. Numunelere tanınan tesir hacmi veya eştenör metodundaki doğrusal interpolasyon kavramları kullanışlı oldukları kadar, belli bir ön kabulü öngördüklerinden, sağladıkları sonuçların bu ön kabullerin yatakla uygunluğu derecesinde sıhhatli olacağı açıkça görülür.

Son yıllarda, klâsik metodların yamsıra, uygun yataklarda matematiksel modeller kullanılarak maden yataklarının sondaj loğları, galeri ve kuyu numune neticelerinden tenor dağılımlarının, ortalama tenor ve rezerv miktarlarının saptanmasına başlanılmış ve elde edilen neticelerle işletme sonunda tesbit edilen neticelerin az bir sapma dahilinde uygunluk gösterdikleri görülmüştür.

Matematiksel modellerin dayandığı ana prensip; yatağın içindeki bir noktanın, daha doğrusu noktamn ifade ettiği hacmin, ortalama tenorunu noktamn koordinat değişkenleriyle

ifade edebilen bir fonksiyonun saptanmasından ve bu fonksiyonun eldeki mevcut verilere ne derecede uygunluk gösterdiğinin analizinden ibarettir.

Matematiksel modeller eskiden beri biliniyordu, fakat bir maden yatağı için uygun olan matematiksel modelin geliştirilmesinde ve kullanılmasında gerekli hesapların elle yapılmasının çok zaman alması nedeniyle pek tercih edilmiyorlardı. Gelişen bilgisayar olanakları matematiksel modellerin uygulanmasında ortaya çıkan matematiksel işlemlerin süratli, sıhhatli ve ucuz olarak çözümlenmelerini sağlamış ve bunların uygulanmalarını pratik bir düzeye ulaştırmıştır.

Matematiksel modellerin kullanılması için yatağın uygun bir tipte olması, cevher dağılımının modellerle ifade edilebilir, devamlılık gösteren basit veya kompleks trende sahip olması ve bu trendlerin, koordinat değişkenlerine bağlı tenor fonksiyonunun katsayılarını saptamak üzere, elde kâfi miktarda, sondaj, kuyu ve galeri numune neticelerinin bulunması gerekmektedir. Teknik, en nihayet, yatağın tenor dağılım trendini, iyi bir şekilde ifade etmese bile, bilinen numune verilerini kullanarak yatağın tenörünü bünmeyen kısımları hakkında birtakım tenor tahminlerinde bulunmaktadır. Bundan da anlaşılacağı üzere, numuneler arasındaki trendin tahmini, tenor fonksiyonunun yatağın tenor dağılımıyla iyi bir uyumluluk gösterdiği sürece, kullanışlı olmakta, fakat bilinen noktaların dışında kalan değerler daha ziyade noktalar arasındaki trendin devamı olarak ortaya çıkmaktadır. Bu değerler çeşitli maksatlar için kullanılırken çok dikkat etmek gerekmektedir.

## 2. Örnek

Yukarıda genel mânada bahsedilmeye çalışılan matematiksel modeller tekniği, daha iyi anlaşılması gayesiyle, yurdumuzda tatbikatı olarak yapılan bir çalışmadan örnekler verilerek aşağıda detaylı bir şekilde izah edilmeye çalışılacaktır.

Murgul Çakmakkaya bakır yatağında M.T.A. Enstitüsünün 1972 yılına kadar tamamladığı sondaj neticelerini değerlendirerek yatağın potansiyelini ortaya çıkartmak gayesiyle başla-

nan ön değerlendirmelerde, jeolojik etüdüler ve sondaj loğlarından, stocverk tipi ve dissimine bir bakır yatağı ile uğraşıldığı yargısına varılmıştır. Yataktaki cevherleşmenin oldukça devamlı ve kompleks bir trend gösterdiği yine yapılan ön etüdülerden anlaşılmıştır.

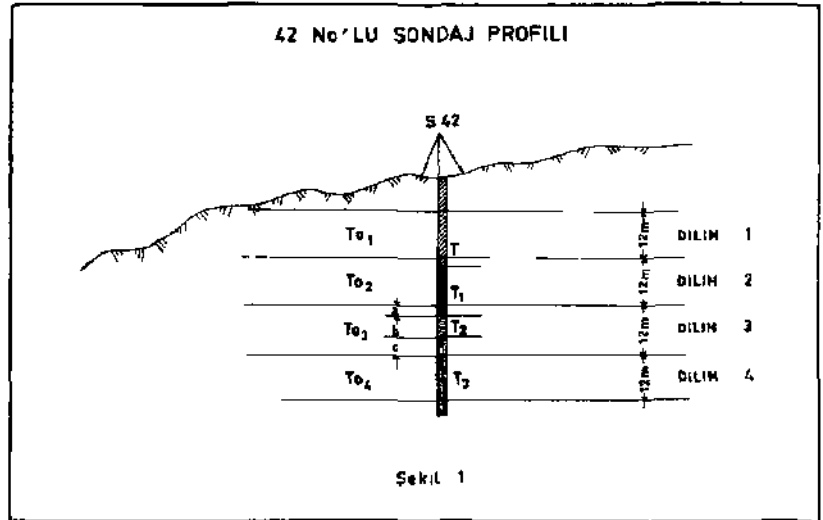
Gerek bu husus ve gerekse elde yeterinden çok fazla sondaj analiz neticesi bulunmuş olması matematiksel modelleri bu yatağa uygulama olanağını bize sağlamıştır.

Yapılan çalışmaların, yatağın işletilmesi sırasında da işletmeciye faydalı olması için işletme projesinin ana hatları incelenmiş ve cevher işletme basamaklarının kot ve yükseklikleri tesbit edilerek çalışmalarda bu verilerden istifade edilmiştir.

Tenor dağılımının, her basamak için ayrı ayrı saptanmasına ve buradan basamak rezerv envanterine gidümesine ve daha sonra da yatağın tümünün potansiyel rezerv envanterinin saptanmasına karar verilmiştir.

Bu maksatla, ilk başta, bütün sondajların her işletme basamağında (veya diliminde) ki ortalama tenörleri saptanmıştır.

Örneğin; Şekil 1'de dilim 3 incelenecek olursa 42 no.lu sondajın 3 no.lu dilimdeki ortalama tenörü  $TO_{dt}$  genel olarak, he-



saplama prensibi bir ağırlıklı ortalama olan, aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebilir:

$$T_{O_3} = \frac{a \times T_1 + b \times T_2 + c \times T_3}{a + b + c}$$

$$a + b + c = 12 \text{ m (dilim veya basamak yüksekliği).}$$

Dilimlere isabet eden sondajların dilim ortalama tenörleri saptandıktan sonra dilimlerdeki tenor dağılımlarım, istenen maksada ve sıhhatliliğe göre ifade edecek matematiksel model seçimine gidilmiş ve neticede 3. dereceli yüzey polinomial denkleminin model olarak seçimine karar verilmiştir. Yapılan çalışmalar da bu seçimin isabetli olduğunu göstermiştir. 3. dereceli yüzey polinomial denklem aşağıda gösterilmiştir:

$$T = A_0 + A_1 x + A_2 y + A_3 x^2 + A_4 xy + A_5 y^2 + A_6 x^3 - A_7 x^2 y + A_8 y^2 + A_9 y^3$$

Denklemden T tenörü, x ve y koordinatları,  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9$  denklemin katsayılarını göstermektedir.

Bu çalışmalar sırasında orijinal sondaj log verülerinden; dilimlerdeki sondajlara ait ortalama tenörlerin saptanmasında ve bu verüere en küçük kareler metodunu uygulayarak dilim içinde tenor dağılımının çoklu doğrusal regresyon analizinin yapımında ve dolayısıyla dilim içindeki tenor dağılım haritalarının çıkartılmasında kullanılmak üzere bir dizi kompüter programı hazırlanmıştır.

Örnek olarak 1032-1020 m dilimini aldığımızda bu dilim için kompüterden elde edilen regresyon sonucu aşağıdadır:

#### Katsayılar

$$\begin{aligned} A_0 &= 0.38750338E00, & A_1 &= 0.44114707E-03, \\ A_2 &= 0.87769806E-03, & A_3 &= 0.69222342E-05, \\ A_4 &= 0.18188229E-05, & A_5 &= 0.12222844E-04, \\ A_6 &= 0.14569081E-07, & A_7 &= 0.32787306E-08, \\ A_8 &= 0.39199781E-08, & A_9 &= 0.78944264E-08. \end{aligned}$$

### Regresyon Değerleri

Çoklu Korelasyon Katsayısı = 0.62465191E00

Standart Hata = 0.23399129E00

Regresyona ait kareler toplamı = 0.77073252E00

Kareler toplamının serbestlik derecesi = 0.90000019E01

Kareler ortalaması = 0.85636943E00

Regresyondan olan fark kareleri toplamı = 0.12045426E01

İfregresyondan olan fark karelerine ait serbestlik derecesi  
= 0.22000003E02

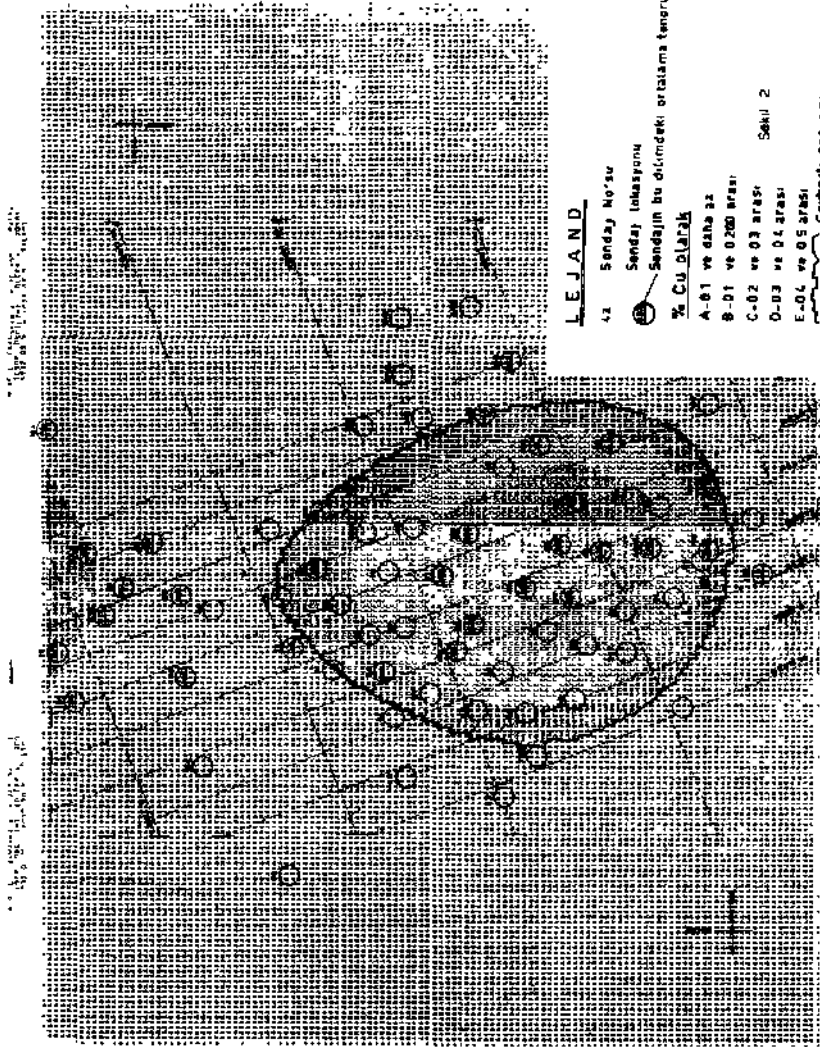
Bu fark karelerinin ortalaması = 0.54751932E01

F değeri = 0.15640900E01.

Yukarıda örnek olarak verilen ve 1032-1020 m dilimine ait olan neticeler; yatağın görünür potansiyel rezervine girecek ve yatağın alt ve üst sınırları arasındaki bütün dilimler için de teker teker kompüter imkânı ile saptanmıştır. Yukardaki örnekte bahsedilen ve her dilim için elde edilen regresyon değerlerinin incelenmesi ile uygulanan matematiksel modelin verilerle ne denli uyumlu olduğu hakkında fikir sahibi olunmuştur.

Sonra da katsayıları bilinen dilim tenor regresyon denkleminde tenörü bulunması istenen noktaların x ve y koordinat değerleri yerlerine konularak o noktanın ifade ettiği blokun T (Tenor) değeri saptanmıştır, örnek çalışmada 1/2.000'lik bir ölçek kullanılmış olup Şekil 2'de alfabetik harflerle gösterilen ve ölçek ayarlaması sebebiyle eni 5.08 m, boyu 6.35 m ve yüksekliği dilim kalınlığına eşit: 12 m olan cevher bloklarının herbirinin orta noktalarının x ve y koordinat değerleri dilim tenor denkleminde yerlerine konulmuş ve sonra da tenor denklemi çözülerek çıkan tenor değeri Şekil 2'de gözükken lejandla mukayese edilmiş, tenor hangi tenor aralığına düşüyorsa, o tenor aralığını ifade eden lejanddaki harf cevher blokunun harita üstündeki yerine basılmış ve böylece dilim tenor dağılım haritası Şekil 2'de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

Tonaj faktörü testlerinden cevherin 1 m<sup>3</sup> yerinde 2.61 ton olduğu anlaşılmıştır. Bu da dikkate alınarak Şekil 2'deki her alfabetik harfin ifade ettiği cevher blokunun tonajı = 2.61



(tonaj faktörü) X 6.35 (blok eni) X 5.08 (blok boyu) x 1200 (dilim kalınlığı) = 1.010 ton olarak saptanmıştır.

Her dilim için regresyon tenor denklemi dilim içinde bulunan cevher bloklarının ortalama tenörlerini ortaya koyacak şekilde Şekil 2'de görüldüğü gibi saptandıktan sonra rezerv hesaplarına geçilmiştir. Bu maksatla Tablo 1 tanzim edilmiştir. Tablo 1'de örnek dilim olarak aldığımız ve basamak kotları sütununda bulunan 1032-1020 m satırına baktığımızda birinci satırda "basamakta lejanda uyan blok adedi" denilmektedir. Bu, örneğin "D" lejand sütunu için 1011'dir ve Şekil 2'deki cevherli zon sınırı içinde ortalama tenoru % 03-04 Cu arasında olan cevher bloklarının adedinin sayılmasıyla elde edilmiştir. Bu blok sayısı 1010 ton/"cevher bloku" tonaj faktörüyle çarpıldığında elde edilen rakam 1021110 ton, adı geçen tenor aralığına düşen basamaktaki, cevherin tonajım ifade etmektedir. Ters kümülâtif cevher tonajı ise dilim içinde bir tenor aralığının minimum tenorunun örneği D sütunu için %0.3 bakır üstündeki cevher bloklarının toplam tonajlarını vermektedir.

Yukarıda bahsedilen işlemler yatağa potansiyel cevher sınırının örneğin 976 m alt ve 236 m üst sınırları arasındaki bütün dilimler için tekrar edilerek Tablo 1 tamamlanmıştır. Sonra da bütün dilimler için ayrı ayrı elde edilen bu değerler toplanarak her tenor aralığında yatağın toplam görünür potansiyel rezervi saptanmıştır. Tablo 1'in sondan üçüncü satırına baktığımızda bu değerler görülür.

Bütün yatak için ters kümülâtif toplam yapılarak yatağın değişik tenor limitleri üstündeki cevher tonajı hesaplanmıştır. Son satırda ise ters kümülâtif rezervin ortalama tenörü ağırlıklı ortalama metoduna göre saptanarak yazılmıştır. Örneğin: Tablo 1'de bütün basamakların "toplam" cevher miktarı satırına ve J sütununa bakacak olursak 4032960 ton 1236 m kotundan 972 m kotuna kadar yatağın ihtiva ettiği ve ortalama tenörü %0.9-1.0 Cu aralığında olan cevher miktarım ton olarak ifade etmektedir. İkinci rakam (ters kümülâtif satırındaki rakam) 11178680 ise bir önceki K sütunu kümülâtif cevher tonajı olan 7145750 ton ile J sütunundaki cevher tonajı 4032960 tonun toplamı olarak bulunmuştur. Ters kümülâtif ortalama tenörü ise J sütunu için;





$$\frac{7145750 \times 1.269 + 4032960 \times 0.95}{11178680} = \%1.154 \text{ Cu}$$

olarak hesaplanmıştır.

Tablo 2 ise rezervin metalik bakır cinsinden dilimlerdeki dağılımını göstermektedir. Yine 1032-1020 m dilimindeki basamağa bakacak olursak E sütunundaki 282 ton rakamı Tablo l'deki aynı dilim ve sütuna isabet eden 84840 rakamının "lejand"ın ifade ettiği ortalama tenörle çarpılmasıyla:

$$\frac{84840 \times 0.45}{100} = 382 \text{ ton}$$

metalik bakır olarak bulunmuştur. Eşitlikteki 0.45 lejandın ifade ettiği ortalama tenörü göstermiştir.

Her basamak için ters kümülâtif metalik bakır toplamları ve bütün dilimlerin ihtiva ettiği metalik bakır miktarları toplanarak yatağın toplam rezervinin metalik bakır cinsinden değeri gerek tenor aralıklarına göre ve gerekse ters kümülâtif olarak Tablo 2'de gösterildiği gibi saptanmıştır.

Örnek çalışma neticesinde Çakmakkaya Bakır Yatağına ait elde mevcut sondaj loğlarından, yatağın ihtiva ettiği potansiyel görünür rezervin ve rezervin tenorunun, yatak içinde yatay kutlardaki dağılımını gösteren, örneğin Şekil 2 ve düşey kutlardaki dağılımını özetleyen Tablo 1 ve 2'yi tanzim etmek mümkün olmuştur.

Kanımızca Şekil 2, Tablo 1 ve 2 yatağın optimum bir şekilde işletilmesi ve yatağın rezervinin daha da artırılması için ileride yapılacak çalışmalara çok faydalı olacak detaylı bilgiler verdiği görülmektedir.

#### Sonuç

Maden yataklarının efektif olarak ekonomik kıymetlendirilebilmeleri, yataktan elde edilecek cevherin özelliklerinden tenor ve tonajının önceden sıhhatlilikle ve detaylı olarak tahmin edilme olanağına bağlıdır. Bu hususun, maden yatağının Ön değerlendirilmesinden başlayarak yatakla ilgili yapılacak gün-

