Bir Mıknatıs İ l a n , izole Ediliş Bir Kutup Güce, Bu Mıknatıs Alanının Kuvvet Çizgilerinin Denklemi ve İ n i i Model Özerine Teorik Olarak Tatlanıl Düşünülüşü

Ergun TEMİZ*

ÖZET

Herhangi bir kuvvet alanına, izole edilmiş bir kutup gireırse, bu alan içinde bu kutuba km" vetler tesir etler (çekme ve itme). Alan dolayisıyle kuvvet çizgileri mevcuttur. İşte böyle bir alanda izole edilmiş bir kutup vasîtasayla, bu alanın kuvvet çizgilerinin denklemi elde edilıı. Bunun denklemi elde edilir. Bunun doğruluğunu da teorik bir modele tatbiki düşünülerek, teorisi burada incelenmiştir.

ZUSAMMENFASSUNG

Fais ein isolierter Pol in irgendwelches Feld gebradı wird, werden zwei Krâfte auf dem Pol (anzteheni, abstossen) in diesem FeM einwirken. Duroh, dieses Feld, gibt Kraftlinien. Man kann duran dlesen Pal İn soilöheim Feld die GleJchung der Kraftlinien foestimmen. The Richticgheit dieser Gleichung zur Anwendung auf ein Model als Théorie ist hier üfoerlegt iwerden.

Manyetik alan kuvvet çizgilerinin (eğrilerinin) matematiksel ifadesi :

Bir mıknatıs çubuğu tjüşünelim. Bunun bir ucu (+) diğer bir ucu da (—) kutupludur. Bu mıknatıs çubuğun etrafında, bu kutuplar sayesinde bir alan mevcuttur. Bu alanın kuvvet çizgileri (+) kutuptan çıkar (—) kutuba girerler (Şekil la). Bu meyanda kuvvet çizgileri mıknatıs çubuğunu elipsoid bir şekilde çevrelerler. Şimdi biz bu alana izole edilmiş bir kutup getirelim ve bütün kutupları da P_1(—); P_2(+ l); P(—1) birim kuvvetinde 'kabul edelim. Bu izdle kutup, manyetik alana girince (bu izole kutbun kuvveti (—1) birimdir), mıknatısın eksi P_1(—1) kutbundan bir itme F] ve artı P_2(+) kutbundan da bir çekme F_2 kuvveti görecektir. (Şekil 1).

Bu kuvvetler vasıtasıyle problemin matematiksel analizine geçelim.

1_1 = P_1'den P'ye olan uzaklık

1_2 = P_2'den P'ye olan uzaklık

21 = kutup arasındaki uzaklık

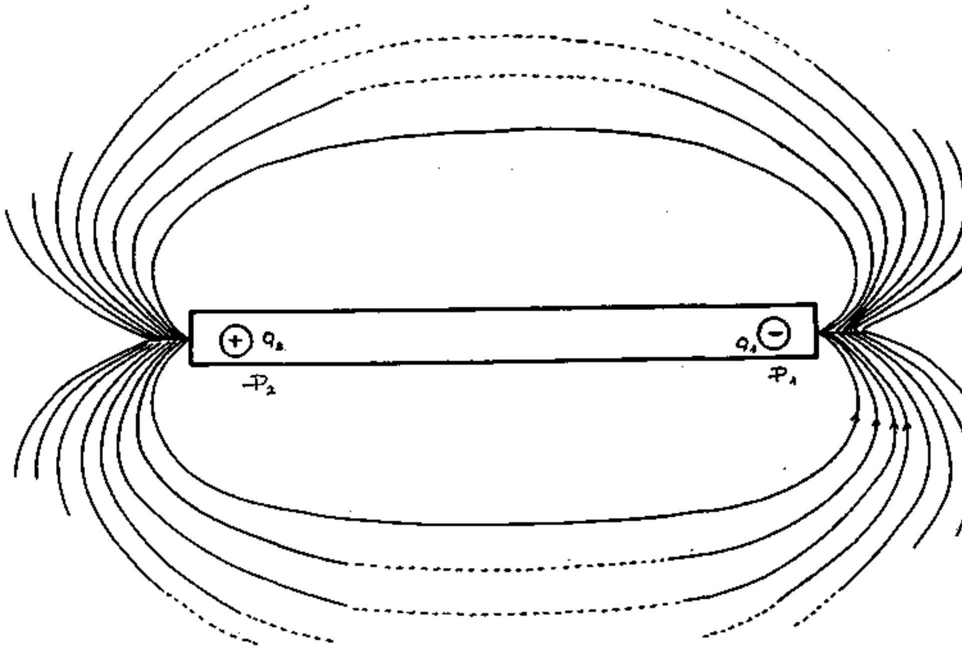
P'deki toplam kuvvet :

F = F_1 + F_2(Vektöriyel)

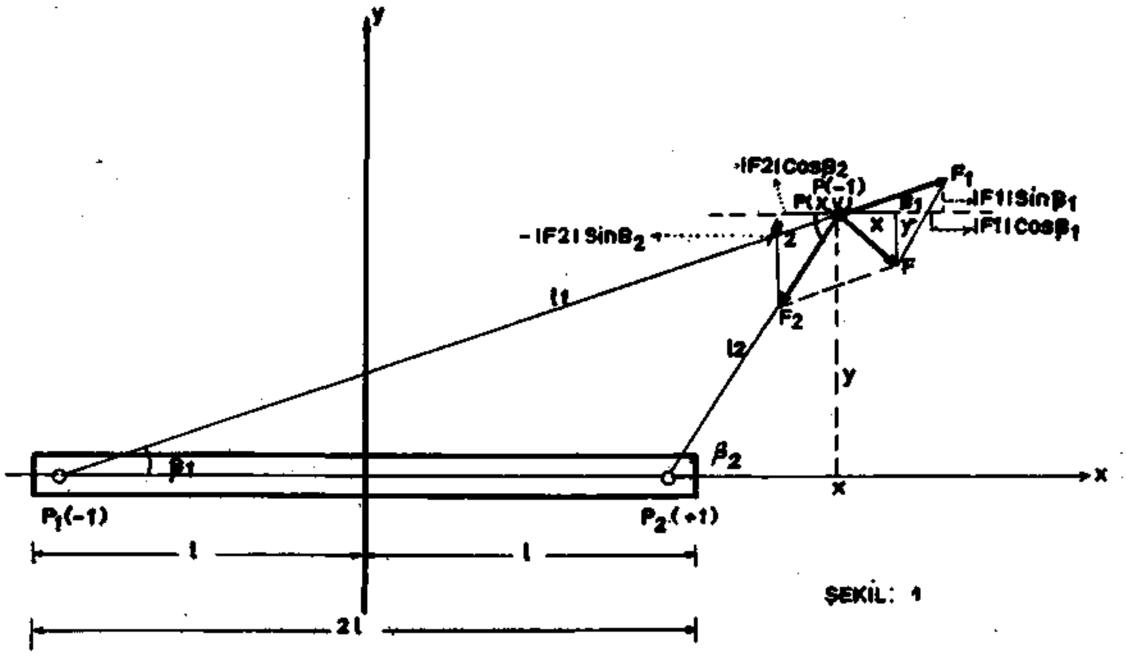
Buradaki F bir alan vektörü olup ana 'kuvveti ve yönünü gösteriyor. Manyetik alanın her yerinde bu F kuvveti (vektörü) mevcuttur. F manyetik alanda, kuvvet veya alan çizgilerini gösterir. F daima alan (kuvvet) çizgilerine teğettir. (Kuvvet çizgilerinin tanjantıdır).

Aranan kuvvet çizgilerinin denklemi y=y(x) olsun. Öyle ise $y' = \frac{dy}{dx}$ bu kuvvet çizgilerinin eğimini (tanjantını verir). Öbür taraftan F'in iki tane Skaler komponenti X, Y vardır. Bunlardan bir tanesi P, P yönündeki F, ikincisi ise P_2 P yönündeki $F_s$dir. Bu iki Skaler komponentlerin yön ve büyüklükleri P(x, y) noktasının seçilişine bağlıdır. Bu X ve Y'de kendi aralarında birer fonksiyondur. Bunların değişimi x' ve y'ye bağlıdır (Şekil -2,3).

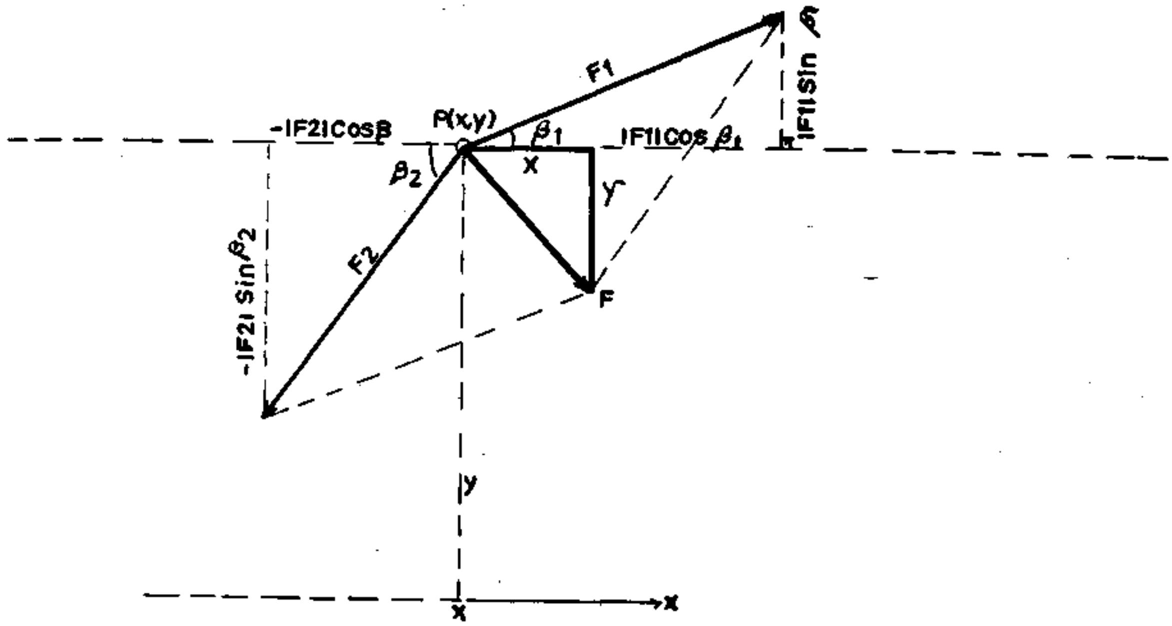
(*) Jeofizik Y. Müh. M.T.A. Enstitüsü, Ankara



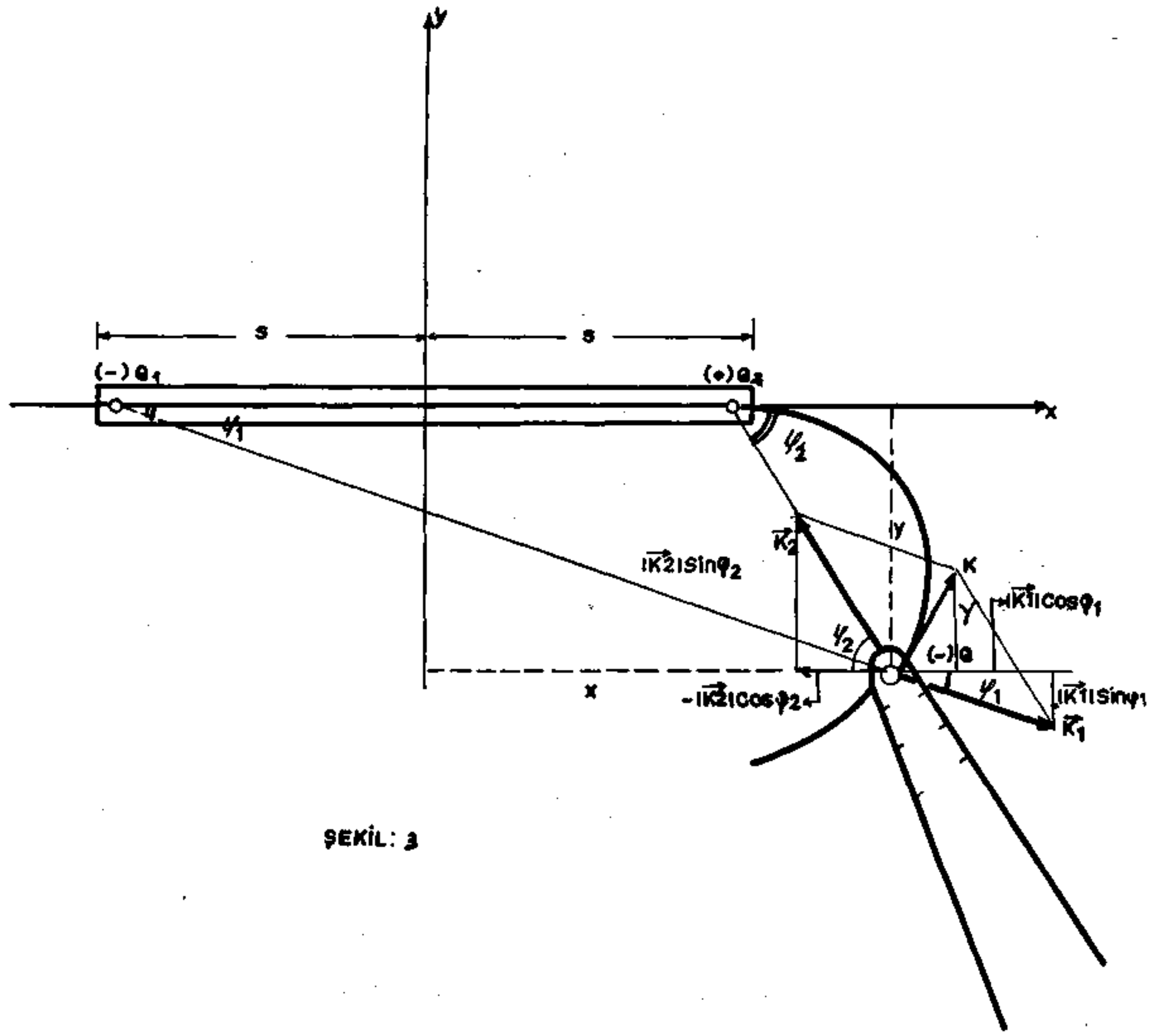
Şekil: 1-a



ŞEKİL: 1



ŞEKİL : 2



ŞEKİL : 3

$$X = X(x,y)$$
$$Y = Y(x,y) \qquad (1)$$

şekil 1 de görüldüğü gibi F kuvvetinin (vektör olarak) açı artışı negatifdir. Bundan dolayı X absisi pozitif Y ordinatı ise negatif dir. Çünkü Y; P(x,y) noktasına nazaran alt kısımdadır, (eksik bölgesindedir.)

Bundan dolayı manyetik kuvvet alan çizgilerinin (eğrilerinin) eğimi;

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{Y(x,y)}{X(x,y)} \qquad (2)$$

Aynı zamanda F_2 vektörünün artması ve eksilmesi

rr-r~—r oranındadır.
X(x,y)

Şimdi bu Skaler komponentlerin X, Y hesaplanması (Şekil *2* ve 3) F = F! + F_2 t(F kuvvetinin vektöriyel hesaplanması),

$$X = |F_1| \cos\beta_1 - |F_2| \cos\beta_2$$

$$Y = |F_1| \sin\beta_1 - |F_2| \sin\beta_2 \qquad (3)$$

Fe, ve F_a nin obsolut değerini Newton un kanununu tatbik etmek suretiyle bulunabilir.

$$|F| = k\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$ Newton Kanunu

$$|P_1| = |P_2| = |P| = 1$$ olduğundan,

$$|F_1| = k\frac{1.1}{l_1^2}, \qquad |F_2| = k\frac{1.1}{l_2^2} \qquad (4)$$

Şekil Vden aşağıdaki bağlantıları okuyabiliriz;

$$\sin\beta_1 = \frac{y}{l_1}, \qquad \sin\beta_2 = \frac{y}{l_2}$$

$$\cos\beta_1 = \frac{x+l}{l_1} \qquad \cos\beta_2 = \frac{x-l}{l_2} \qquad (5)$$

(4) ve (5) deki değerleri (3) de yerine koyalım.

$$X = k\left(\frac{1}{l_1^2}\cdot\frac{(x+l)}{l_1} - \frac{1}{l_2^2}\cdot\frac{(x-l)}{l_2}\right) = k\left(\frac{x+l}{l_1^3} - \frac{x-l}{l_2^3}\right)$$

$$Y = k\left(\frac{1}{l_1^2}\cdot\frac{y}{l_1} - \frac{1}{l_2^2}\cdot\frac{y}{l_2}\right) = k\left(\frac{y}{l_1^3} - \frac{y}{l_2^3}\right) \qquad (6)$$

Yukarıdaki (6) da bulunan X ve Y'nin degerini (2) deki eğim denkleminde yerine koyalım;

$$l_1 = \sqrt{(x+l)^2 + y^2} = y\sqrt{\left(\frac{x+l}{y}\right)^2 + 1}$$

$$l_2 = \sqrt{(x-l)^2 + y^2} = y\sqrt{\left(\frac{x-l}{y}\right)^2 + 1} \qquad (7)$$

(7) Numaralı denklem, kutuplardan l_1, la uzaklığında bulunan alan noktasındaki ve kutup arası uzaklığı 21 olan çubuk şeklindeki bir mıknatısın manyetik alan kuvvet çizgilerinin Differansial denklemidir. Bu denklemin (?) manyetik alan kuvvet çizgilerinin aranan denklemi verir.

(7) numaralı denklemin çözümü'((2) ve (7) formülüne göre),

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{y\left(\frac{1}{l_1^3} - \frac{1}{l_2^3}\right)}{\frac{x+l}{l_1^3} - \frac{x-l}{l_2^3}}$$

$$\left(\frac{x+l}{l_1^3} - \frac{x-l}{l_2^3}\right)dy = y\left(\frac{1}{l_1^3} - \frac{1}{l_2^3}\right)dx$$

$$\frac{(x+l)\,dy - y\,dx}{l_1^3} = \frac{(x-l)\,dy - y\,dx}{l_2^3} \qquad (7a)$$

(5) 1] ve Vnin (7a) daki değerini yerine koyalım;

$$\frac{(x+y)dy-ydx}{y^3\sqrt{(\frac{x+l}{y})^2+1}^3} = \frac{(x-l)dy-ydx}{y^3\sqrt{(\frac{x-l}{y})^2+1}^3}$$

$$\frac{\frac{(x+l)dy-ydx}{y^2}}{\sqrt{(\frac{x+l}{y})^2+1}^3} = \frac{\frac{(x-l)dy-ydx}{y^2}}{\sqrt{(\frac{x-l}{y})^2+1}^3}$$

$$\frac{(x+l)dy-ydx}{y^2} = -d\left(\frac{x+l}{y}\right)$$

$$\frac{(x-l)dy-ydx}{y^2} = -d\left(\frac{x+l}{y}\right)$$

olduğundan

$$\frac{-d(\frac{x+l}{y})}{\sqrt{(\frac{x+l}{y})^2+1}^3} \qquad \frac{-d(\frac{x-l}{y})}{\sqrt{(\frac{x-l}{y})^2+1}^3} \tag{8}$$

(8) D^fferansial denklemi çözebilmek için ufak bir dönüşüm yaparız;

$$\frac{x+l}{y} = u_1$$

$$\frac{x-l}{y} = u_2$$

$$\frac{du_1}{\sqrt{u_1^2+1}^3} = \frac{du_2}{\sqrt{u_2^2+1}^3} \tag{9}$$

$$\int\frac{du_1}{\sqrt{u_1^2+1}^3} = \int\frac{du_2}{\sqrt{u_2^2+1}^3}$$

$$\int\frac{dz}{\sqrt{z^2+1}^3} = \frac{z}{\sqrt{z^2+1}^3} + C$$

Oldugundan_(C' integral SabİteSİdİr)

Sağdaki denklem soldaki denklemin intègre edilmiş şeklidir.

$$\frac{u_1}{\sqrt{u_1^2+1}} + C_1 = \frac{u_2}{\sqrt{u_2^2+1}} + C_2 \tag{10}$$

(9) daki değerleri (10) da yerine koyalım

(10)daki değerleri (11) de yerine koyalım:

$$\frac{\frac{x+l}{y}}{\sqrt{(\frac{x+l}{y})^2+1}} = \frac{\frac{x-l}{y}}{\sqrt{(\frac{x-l}{y})^2+1}} + C_2 - C_1 = \frac{\frac{x-l}{y}}{\sqrt{(\frac{x-l}{y})^2+1}} + C \tag{11}$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{(x+l)^2+y^2}} - \frac{x-y}{\sqrt{(x-l)^2+y^2}} = C \tag{12}$$

İşte bu (11) denklem bize manyetik alan kuvvet çizgilerinin (eğrilerinin) denklemini *verir.

C ise bir integral sabitesi olup, ayni zamanda bize (11) Differensial denklemin yalnız bir kuvvet çizgisinden değil, bir çok kuvvet çizgilerinden meydana geldiğini gösteriyor.

Bu teorinin bir model veya araziye tatbikatmın düşünülüşü :

Laboratuvar çaışmalarında bir çubuk mıknatıs ile bir kutba izole olmuş diğer bir mıknatıs kutbu düşünelim. Şimdi bir çubuk mıknatısın alanına izole edilmiş tek kutbu getirince 11 deki anlatılan teorinin doğruluğu isbatlanmış olabilir. Fakat bu günkü imkânlar dahilinde laboratuvarlarda böyle izole edilmiş bir kutup meydana getirmek çok zor ve hatta imkânsızdır.

Fakat böyle bir kutup tabiatta düşünülebilir. Şekil 3 deki gibi bir ucu çok derinlerde meydana gelecek alan için bir ucu sonsuzdaymjış gibi mıknatıs bir »çubuk olarak tabiatta mevcut olabilir. Bu konu üzerinde ileride çalışmalar olacaktır.

BİBLİYOGRAFİK TANITIM

1 — Höhöre Mathematlk, Differantialgleichungen Bergakadeırüc Freiberg - Fenstudium **1963.**

2 — Haalck, H.: Lehrbuch ser angewandten Geophysdk 1-1958.

3 — Boctoeıt, H.: Dde Vortesungeıı, an der T.Ü. Caausthal Zellerfeld, 1959-1964, (Skrlptum).