

# Yer Tabakaları Arasında Elektromagnetik Dalga Yayılımı

AH OKTAY\*

## ÖZET:

Bu yazıda, tabakalı yeraltı ortamında elektromagnetik dalga yayılımı incelenmektedir. Birinci kısımda, elektromagnetik dalga yayılımının matematiksel analizi yapılmakta ve Hertz potansiyelinin ifadesi çıkarılmaktadır.

İkinci kısımda ise çıkarılan matematiksel ifadelerin tatbikatta uygulanması ve bunun için yapılan kabuller anlatılmaktadır.

## SUMMARY

In this paper, the propagation of electromagnetic radiation in the layer-formig ground is being investigated. In the first part, the mathematical analysis of the electromagnetic propagation is carried out and the Hertz - potential expreslon is de-ri-ved.

The second part, concerns the application of the derived expresions and some assumptions in order to get simplicity in this applications.

## Q I R I Ş İ

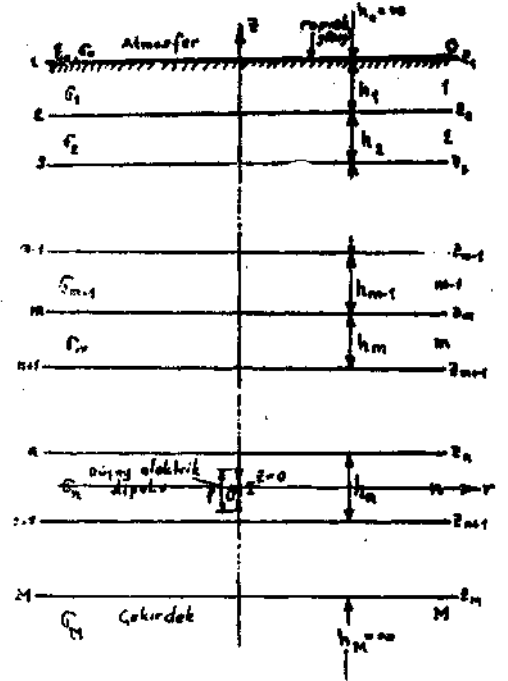
Tabakalı yer altında elektromagnetik dalga yayılımı inceleyeceğiz. Bu inceleme yer yapısı ile ilgili araştırmalar bakımından önemli olmakta ve bu konuda sayısız çalışmalar yapılmaktadır.

Yeri; birbirlerine paralel tabakalardan (katman) oluştuğunu ve bu tabakaların en üstünde bulunan atmosferi ve en altında bulunan çekirdeği, yükseklikleri sonsuz birer tabaka olarak farzediyoruz. (Şekil : 1). Düşey olarak uyarılmış (polarize) anten elektromagnetik dalga kaynağı olarak yaydığı dalgalar, başka antenle alınarak elektromagnetik bağlantı temin edilmektedir. Elektromagnetik alanlar Hertz potansiyelinden yararlanarak bulunmakta ve matematiksel işlemler matris notasyonu ve simetrik tabakalar gözönüne alınarak kolaylaştırılmıştır.

## 1. Hertz Potansiyelinin İfadesi ve Matrisel Tanımlar :

Tabakalı yer yapısı şekil : 1 de gösterilmiştir. Tabakaların yükseklikleri  $\dots h_0$ ,  $h_1, h_2 \dots h_m \dots h_M$ ; özgül iletkenlikleri  $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots \sigma_m, \dots \sigma_M$ ; dielektrik sabitleri  $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots \epsilon_m, \dots \epsilon_M$  ve magnetik geçirgenlik sabitleri  $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots \mu_m, \dots \mu_M$  dir. Toprak magnetik bir cisim

\* Asistan Y. Müh. (K.T.Ö.)



Şekil 1 - Yeraltındaki tabakaların durumu

olmadığından, tabakaların magnetik geçirgenlik sabitleri atmosferin magnetik geçirgenlik sabitine eşit olur. Yani

$$M_b - H = H = \dots / m = \dots = / < > \quad (1)$$

yazılır.

Tatbikatta şekil : 1 deki gibi tabakalı bir yer yapısı farzetmek mümkün değil İse de, matematiksel işlemlerin kolayca uygulanması, ancak böyle bir kabul yapmakla mümkün olur. Gerçi, çoğu hallerde, elektromagnetik dalgalarla yapılan yer altı deneylerinde, verici ve alıcı antenlerinin uzaklığı yer tabakalarının engebeleşme (kırılma) ölçüsünden küçük olduğundan bu kabulü yapmağa hak kazanırız.

Genel olarak Hertz potansiyeli Sommerfeld integrali ile verilir. Bu integralin ifadesi

$$\pi_m = \int_0^{\infty} \left( a_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \right) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (2)$$

şekindedir. (2) deki  $v_m$  ifadesi,  $r$  ile gösterilen Hertz Vektörünün bir bileşenidir. Verici anten düşey uyarılmış olduğundan  $\pi$  nin yalnız düşey bileşeni bulunur.

Yani

$$\vec{\pi} = \pi_m \vec{v}_z \quad (3)$$

yazılır.  $v_z$  birim vektördür. Böylece bütün tabakalarda Hertz Vektörünün yalnız düşey bileşeni bulunur. (2) ifadesinde;  $u_m$  ortama bağlı bir büyüklük,  $\lambda$  bağımsız bir değişken,  $a_m$  ve  $b_m$  İse «yükselen» ve «inen» dalganın genlikleridir (Şekil : 2).  $J_0(\lambda r)$  Bessel fonksiyonudur. Demek ki herhangi bir tabakadaki Hertz potansiyeli, yükselen ve İnen iki dalganın genlikleri toplamına eşittir.

Atmosferde  $h_0$  sonsuz olduğundan «yansıyor İnen» ve çekirdekte de  $h_m$  sonsuz olduğundan «yansıyor yükselen» bir dalga olmayacaktır. O halde atmosferde yalnız «yükselen» ve çekirdekte İse yalnız «inen» bir dalga bulunacaktır. Bu tabakalardaki Hertz Vektörünün düşey bileşenleri

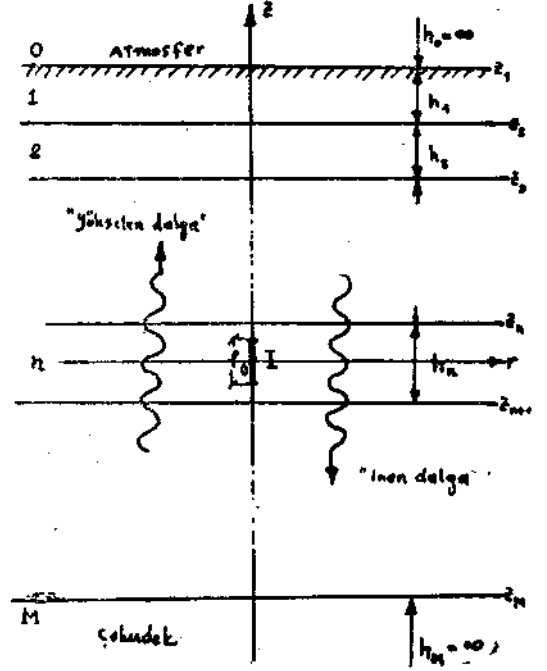
$$\pi_0 = \int_0^{\infty} a_0 e^{-u_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (4)$$

$$\pi_m = \int_0^{\infty} b_m e^{u_m z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (5)$$

şeklinde olur. Verici antenin  $n$ . tabakada olduğu kabul edilirse, bu tabaka için de

$$\pi_n = \int_0^{\infty} b_n e^{u_n z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (6)$$

Hertz potansiyelinin ifadesi olur. Bu İfadelerdeki



Şekil 2. "Yükselen" ve "İnen" dalgalar.

$$P_n = \frac{I^2}{4\pi k_n} \quad (7)$$

$$k_n = \sigma_n + j\omega \epsilon_n \quad (8)$$

$$u_n = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_n^2} \quad (9)$$

$$\gamma_n^2 = j\omega \mu k_n \quad (10)$$

$$u_n = \sqrt{VA^2 + \gamma_n^2} \quad (9)$$

şeklinde tanımlanırlar. Matematiksel olarak antenler İdealleştirilerek birer Hertz Dipolu kabul edilmiştir. (8) de verilen  $k_n$ , büyüklüğü, elektromagnetik dalgaların yayılımını karakterize eden bir büyüklük olup, «İntişar sabiti» adı verilir. Fiziksel olarak (9) da ki İfadede  $\text{Re}(u_n) > 0$  ve (6) daki + işareti İse;  $z < 0$  için +,  $z > 0$  için - seçilmelidir.

Hertz Vektörü İle elektromagnetik alanlar arasındaki bağıntılar düşünülerek, E elektrik alanı ve

$$H = \frac{\nabla \times \vec{\pi}}{j\omega \mu} \quad (11)$$

$$H = -\nabla \times \vec{\pi} \quad (12)$$

bağıntıları yazılır,  $n$  nin yalnız düşey bileşeni bulunduğundan, küresel koordinatlarla, elektrik alanının  $E_r$  ve magnetik alanın  $H_\theta$  bileşeni bulunur.

Elektromagnetik teoriye göre, farklı ortamlardaki alan ifadeleri sınır yüzeylerinde sınır şartlarını sağlamaları gerekir. Buna göre, m. ve m-1. tabakaların sınır yüzeyinde;

$$\vec{E}_{m-1}(z_m) = \vec{E}_m(z_m) \quad (13)$$

$$\vec{H}_{m-1}(z_m) = \vec{H}_m(z_m) \quad (14)$$

bağıntıların gerçekleşmesi gerekir.

(2) deki genel ifadeyi gözönüne alarak,

$$Z_m(z) = a_m e^{-u_m z} + b_m e^{+u_m z} \quad (15)$$

yi vazedelim. Bu bağıntıdan,

$$Z_m(z) = -a_m u_m e^{u_m z} + b_m u_m e^{+u_m z} \quad (16)$$

eşitliği elde edilir. Hertz potansiyelinin «yükselen» ve «inen» iki dalganın toplamı olma özelliğinden, (15) ve (16) eşitliklerine matris notasyonu ithal etmek kabildir. Bu maksatla :

$$A_m(z) = \begin{bmatrix} \alpha_m e^{-u_m z} \\ b_m e^{u_m z} \end{bmatrix} \quad (17)$$

biçiminde bir  $A_m(z)$  matrisi ve

$$B_m(z) = \begin{bmatrix} Z_m(z) \\ k_m Z_m(z) \end{bmatrix} \quad (18)$$

biçiminde de bir  $B_m(z)$  matrisi tanımlayalım. Eğer  $U_m$  matrisi de

$$U_m = \begin{bmatrix} -U_m & U_m \\ k_m & k_m \end{bmatrix} \quad (19)$$

biçiminde tanımlanacak olursa yukardaki (15) ve (16) numaralı bağıntıları

$$B_m(z) = U_m A_m(z) \quad (20)$$

biçiminde bir tek matrisel bağıntıya indirgenir.  $A_m(z)$  matrisi ortamdaki elektromagnetik dalgaların yayılımını karakterize ettiğinden, buna «karakteristik matris» denir. Çeşitli tabakaların karakteristik matrislerini yazmak kabildir. Meselâ atmosfer ve çekirdek tabakaları için :

$$A_0(z) = \begin{bmatrix} \alpha_0 e^{-u_0 z} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$A_M(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_M e^{u_M z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

eşitlikleri yazılır. Vericinin bulunduğu n. tabaka için  $A_n(z)$  matrisinin ifadesi :

$$z > 0 \text{ için } A_n(z) = \begin{bmatrix} \alpha_n + \frac{\rho_n \lambda}{U_n} e^{-u_n z} \\ b_n e^{u_n z} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$z \leq 0 \text{ için } A_n(z) = \begin{bmatrix} \alpha_n e^{-u_n z} \\ (b_n + \frac{\rho_n \lambda}{U_n}) e^{u_n z} \end{bmatrix} \quad (24)$$

şeklinde olur. (13) ve (14) sınır şartlarından :

$$Z_{m-1}(z_m) = Z_m(z_m) \quad (25)$$

$$k_{m-1} Z_{m-1}(z_m) = Z_m(z_m) \quad (26)$$

bağıntıları elde edilir. (25), (26) ve (18) bağıntılarından

$$B_{m-1}(z_m) = B_m(z_m) \quad (27)$$

eşitliği bulunur. (27) ve (20) den yararlanarak

$$A_{m-1}(z_m) = U_{m-1}^{-1} U_m A_m(z_m) \quad (28)$$

bulunur. Şekil 1 de gösterildiği gibi,  $z_m = z_{m-1} - h_{m-1}$  olduğuna dikkat edilerek, m-1 inci tabakası için

$$A_{m-1}(z_m) = \begin{bmatrix} \alpha_{m-1} e^{-u_{m-1} z_{m-1}} e^{u_{m-1} h_{m-1}} \\ b_{m-1} e^{u_{m-1} z_{m-1}} e^{-u_{m-1} h_{m-1}} \end{bmatrix} \quad (29)$$

matrisi teşkil edilir.  $d_{m-1} = u_{m-1} h_{m-1}$  olmak üzere  $D_{m-1}$  matrisi

$$D_{m-1} = \begin{bmatrix} e^{d_{m-1}} & 0 \\ 0 & e^{-d_{m-1}} \end{bmatrix} \quad (30)$$

biçiminde tanımlanırsa (28) bağıntısını

$$A_{n-1}(z_m) = D_{n-1} A_{n-1}(z_{n-1}) \quad (31)$$

bağıntısı haline sokabiliriz, (31) ve (26) bağıntılarından,

$$A_{n-1}(z_{n-1}) = D_{n-1}^{-1} U_{n-1}^{-1} U_n A_n(z_n) \quad (32)$$

$$A_n(z_m) = U_n^{-1} U_{n-1} D_{n-1} A_{n-1}(z_{n-1}) \quad (33)$$

ifadeleri elde edilir, n ve n-1 tabakaların sınır yüzeyinde alanların eşitliğinden

$$B_n(z_{n+1}) = B_{n+1}(z_{n+1}) \quad (34)$$

bulunur. (20) bağıntısından faydalanarak

$$x A_n(z_{n+1}) = U_n^{-1} U_{n+1} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (35)$$

bağıntısı elde edilir. (35) bağıntısındaki  $A_{n+1}(z_{n+1})$  matrisinin yerine (29) daki benzer bağıntısı konularak ve böylece devam edilerek,

$$A_n(z_{n+1}) = \begin{pmatrix} U_n^{-1} U_{n+1} & D_{n+1}^{-1} U_{n+1} \\ U_{n+1}^{-1} & D_{n+1}^{-1} \end{pmatrix} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (36)$$

genel bir rekürans formülü elde edilir. Verici antenin bulunduğu  $n$  tabakası ile  $n-1$  tabakasının yüzeyi ve müteakip yüzeyler için de aynı işlemler tekrarlanarak,  $n$  ile atmosfer arasında da bir rekürans formülü çıkarmak mümkündür. Bu maksadla,

$$B_n(z_n) = \begin{pmatrix} U_n^{-1} U_{n+1} & D_{n+1}^{-1} U_{n+1} \\ U_{n+1}^{-1} & D_{n+1}^{-1} \end{pmatrix} B_{n+1}(z_{n+1}) \quad (37)$$

ve (37) bağıntısı (35) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$A_n(z_n) = U_n^{-1} U_{n+1} D_{n+1}^{-1} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (38)$$

bağıntısı elde edilir. (38) bağıntısı (37) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$B_n(z_n) = \begin{pmatrix} U_n^{-1} U_{n+1} & D_{n+1}^{-1} U_{n+1} \\ U_{n+1}^{-1} & D_{n+1}^{-1} \end{pmatrix} B_{n+1}(z_{n+1}) \quad (39)$$

ve (39) bağıntısı (38) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$A_n(z_n) = U_n^{-1} U_{n+1} D_{n+1}^{-1} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (40)$$

bağıntısı elde edilir. (40) bağıntısı (39) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$B_n(z_n) = \begin{pmatrix} U_n^{-1} U_{n+1} & D_{n+1}^{-1} U_{n+1} \\ U_{n+1}^{-1} & D_{n+1}^{-1} \end{pmatrix} B_{n+1}(z_{n+1}) \quad (41)$$

ve (41) bağıntısı (40) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$A_n(z_n) = U_n^{-1} U_{n+1} D_{n+1}^{-1} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (42)$$

bağıntısı elde edilir. (42) bağıntısı (41) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$B_n(z_n) = \begin{pmatrix} U_n^{-1} U_{n+1} & D_{n+1}^{-1} U_{n+1} \\ U_{n+1}^{-1} & D_{n+1}^{-1} \end{pmatrix} B_{n+1}(z_{n+1}) \quad (43)$$

ve (43) bağıntısı (42) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$A_n(z_n) = U_n^{-1} U_{n+1} D_{n+1}^{-1} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (44)$$

bağıntısı elde edilir. (44) bağıntısı (43) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$B_n(z_n) = \begin{pmatrix} U_n^{-1} U_{n+1} & D_{n+1}^{-1} U_{n+1} \\ U_{n+1}^{-1} & D_{n+1}^{-1} \end{pmatrix} B_{n+1}(z_{n+1}) \quad (45)$$

ve (45) bağıntısı (44) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$A_n(z_n) = U_n^{-1} U_{n+1} D_{n+1}^{-1} A_{n+1}(z_{n+1}) \quad (46)$$

Elektronik teoriye göre farklı ortamlar-  
birbirine farklı yüzeyler arasında (47)

ini sağlamak gerekir. Buna göre,  $m$  ve  $m-1$  eşitlikleri bulunur. Aynı şekilde (44) bağıntısındaki değerler yerine yazılır ve

$$E_{m-1}(z_m) = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} E_m(z_m) \quad (48)$$

ve (48) bağıntısı (47) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$a_{n+1} = e^{-u_n z_n} M_{11} a_n e^{u_n z_n} \quad (49)$$

ve (49) bağıntısı (48) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$b_n = e^{-u_n z_n} M_{21} a_n e^{u_n z_n} \quad (50)$$

esitlikleri bulunur. (46), (47), (49) ve (50) den

$$\frac{2u_n z_n (M_{11}/M_{21}) + 1}{2u_n z_n (M_{11}/M_{21}) - 1} \quad (51)$$

ve (51) bağıntısı (50) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$b_n = P_n \frac{\lambda e^{-2u_n z_n} (N_{22}/N_{12}) + 1}{2u_n z_n (M_{11}/M_{21}) - 1} \quad (52)$$

ifadeleri elde edilir. Atmosfer ve çekirdek tabakalarını bulmak için (50), (48) yararlanarak,

$$a_n = P_n \frac{\lambda e^{u_n z_n} (N_{22} + N_{12})}{G} \quad (53)$$

ve (53) bağıntısı (52) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$b_n = P_n \frac{\lambda e^{-u_n z_n} (M_{11} + e^{-2u_n z_n} M_{21})}{G} \quad (54)$$

bulunur. Buradaki  $d_n = u_n h_n$  ve  $G = e^{d_n} M_{11} N_{22} - e^{-d_n} M_{21} N_{12}$  şeklindedir. Herhangi bir  $m$  tabakasına ait  $a_m$  ve  $b_m$  katsayılarının ifadelerini bulmak için (52) bağıntısı kullanılarak,

$$A_m(z_{m+1}) = M_{mm}^{-1} A_m(z_m) \quad (55)$$

ve (55) bağıntısı (54) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$A_m(z_m) = M_{mm} A_m(z_1) \quad (56)$$

esitlikleri yazılır. Aynı şekilde (53) bağıntısı (52) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$B_m(z_m) = M_{mm} B_m(z_1) \quad (57)$$

ve (57) bağıntısı (56) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$M_{mm} = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{pmatrix} \quad (58)$$

farzedilirse, (58) bağıntısı (57) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$a_m = e^{u_m z_{m+1}} P_{21} U_{21}^{-1} M_{mm} a_m \quad (59)$$

ve (59) bağıntısı (58) bağıntısı ile birleştirilerek,

$$b_m = e^{-u_m z_{m+1}} P_{21} U_{21}^{-1} M_{mm} b_m \quad (60)$$

ve herkenlikler eşit iki tabaka halinde ele alınabilir. Bu durumda (61) ve (62) denklemleri elde edilir. Bunun önemli özelliği ise  $z_1$  ve  $z_2$  değerleri  $z_1 = z_2 = z_0$  olarak alınabilir. Bu durumda (62) denklemleri

$$b_m = e^{-u_m z_m} O_{21} a_m e^{-u_m z_1} \quad (62)$$

bu ifadelerde  $a_m$  ve  $b_m$  değerleri (62) ve (63) denklemleriyle ilişkilendirilerek (64) ve (65) denklemleri elde edilir. (64) ve (65) denklemleri (54), (59) ve (60) eşitliklerinden

$$b_m = P_n \frac{\lambda}{u_n} O_{21} \frac{N_{22} + N_{12}}{G} e^{-u_m z_m} \quad (64)$$

ve benzer şekilde (54), (59) ve (60) eşitliklerinden

$$a_m = P_n \frac{\lambda}{u_n} P_{11} \frac{e^{d_n} M_{11} + e^{-d_n} M_{21}}{G} \quad (65)$$

$$b_m = P_n \frac{\lambda}{u_n} P_{22} \frac{e^{-d_n} M_{11} + e^{d_n} M_{21}}{G} e^{-u_m z_m} \quad (66)$$

elde edilir. Bu ifadelerde  $a_m$  ve  $b_m$  değerleri cinsinden ifade edilmiştir. (2) deki Hertz potansiyelinde  $a_m$  ve  $b_m$  yerine (63) ve (64) değerleri konulursa

$$\pi_m = P_n \int_0^\infty \left[ O_{11} e^{-u_m(z-z_m)} + O_{21} e^{-u_m(z-z_1)} \right] \frac{N_{22} + N_{12}}{G} \frac{J_0(\lambda r)}{u_n} \lambda d\lambda \quad (67)$$

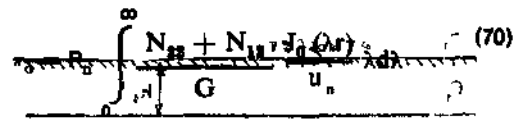
olur. Eğer alıcı anten  $m$  tabakasının tavanına yerleştirilirse,  $z = z_m$  alınır ve (67) ifadesi

$$\pi_m = P_n \int_0^\infty (O_{11} + O_{21}) \frac{N_{22} + N_{12}}{G} \frac{J_0(\lambda r)}{u_n} \lambda d\lambda \quad (68)$$

şekline girer. Atmosferdeki Hertz potansiyeli ise (53) ile

$$\pi_0 = P_n \int_0^\infty e^{-u_m(z-z_1)} \frac{N_{22} + N_{12}}{G} \frac{J_0(\lambda r)}{u_n} \lambda d\lambda \quad (69)$$

elde edilir. Alıcı anten toprak yüzünde ise ( $z = z_1$ ), (69) den



bulunur. Sayet verici ve alıcı antenlerin ikisi de  $n$  tabakasında bulunuyorsa, (5) den faydalanılır. Eğer verici  $n$  tabakasının tavanına, alıcı ise tavanına yerleşmiş fazedilirse, (5) den

$$J_0(\lambda r) d\lambda \left( e^{d_n} M_{11} e^{-u_n z} + e^{-d_n} M_{21} e^{u_n z} \right) \quad (71)$$

elde edilir.  $a_m$  ve  $b_m$  katsayıların eşitlikleri yazılırsa (71) den

$$\pi_n = P_n \int_0^\infty \left( e^{d_n} M_{11} e^{-u_n z} + e^{-d_n} M_{21} e^{u_n z} \right) \frac{N_{22} + N_{12}}{G} \frac{J_0(\lambda r)}{u_n} \lambda d\lambda \quad (72)$$

bulunur. Bu ifadelerde  $a_m$  ve  $b_m$  değerleri cinsinden ifade edilmiştir.

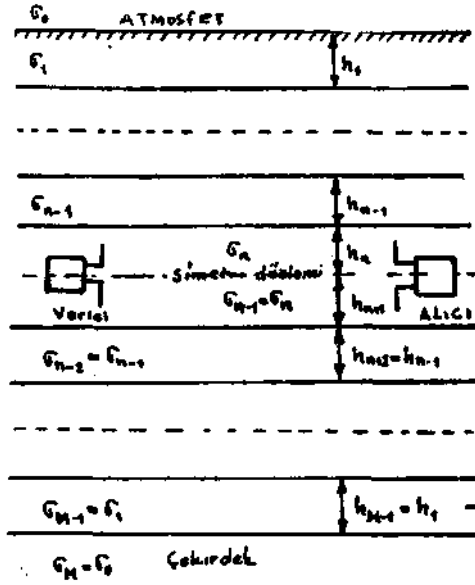
## 2. Matematiksel Neticeletin Tabikattaki Uygulamaları

Elde edilen matematik ifadelerin tabikattaki uygulamaları için yer tabakalarının  $\sigma$  ve  $\epsilon$  sabiteleri, tabakaların kimyasal bileşenlerinden hesaplanabildikleri gibi deneysel olarak da tayin etmek mümkündür. Deneysel tayin için, vericiden gelen elektromagnetik dalgaların yapılan ölçmelerden faydalanılır. Bu incelemede tabakaların magnetik geçirgenlik sabitelerini havanın  $\mu$  değerine eşit aldık. Eğer tabakalarda demir, kobalt gibi fazla magnetik (ferromagnetik) maddeler bulunuyorsa, sabites önemli olmaya basir. Bu halde  $\mu$  ya göre arastirma yapmak gerekir.

Elektromagnetik sabiteler bulunduktan sonra  $M$ ,  $N$ ,  $O$  ve  $P$  matris elemanları ve her tabaka için  $D$  ve  $U$  matrisleri ve bunların tersleri teskil edilir. Böylece (11) ve (12) bağıntılarıyla alanlar elde edilir.

Bu zaman yeraltı tabakaları çok fazla yalıtılmadıkça matematik yöntemler yavaş yavaş uygulanmaktadır. Burada katmanlı ortamın sınırlı yapıtaşı olarak kabul edilirse, matematiksel sonuçları elde etmek mümkündür. Bu sonuçları kullanarak alanlar elde edilir.

Şekil 3 de, tabakaların simetrik oldukları durum gösterilmiştir. Bu şekil de verici alıcı antenler,  $n$  ile  $n+1$  tabakalarına sınır yüzeyine ( $n$  yüzeyi)



Şekil 3- Yeraltındaki tabakaların simetrik yapısı.

Şelc. LJ- Yer<»//»Wflİ Maket llr.mrt  
b, m, in İL yçtf\*\*

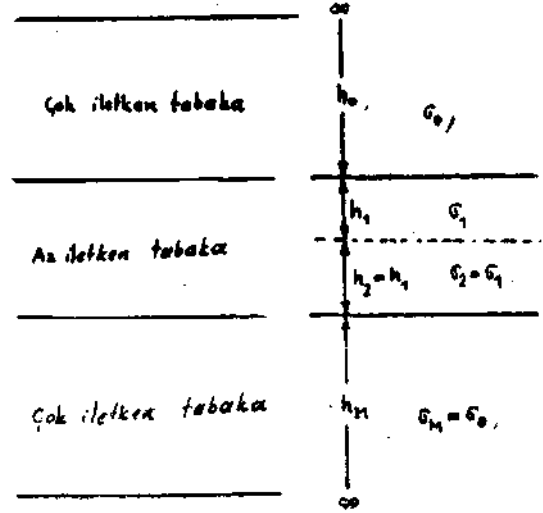
zeyi) yerleştirilmiş, diğer tabakalar bu yüzeye göre simetrik oldukları kabul edilmiştir. Bu simetriklikte; n arakesit yüzeyinin (simetri düzlemi) altında ve üstünde bulunan birbirine tekabül eden simetrik iki tabakanın ham yükseklikleri ve hem de iletkenlikleri birbirine eşittir. Buna göre  $\langle TM \rangle = \langle r_0 \rangle$  olur.

Tatbikatta; yukarıda kabul edilen simetrik bir yer yapısı bulmak mümkün değil ise de, incelememizin maksadı bakımından bu kabulü yapmak kabildir. Zira çoğu zaman bu tür araştırmaların gayesi, yeraltındaki tabakaların yapısını, özelliklerini v.s. gibi karakteristikleri incelemektir. Yer yapısının özellikleri belirli bir uzaklığa kadar değişmediği kabul edilir. Bu maksatla kullanılan verici ve alıcı antenler arasındaki uzaklık, yer ölçülerine göre küçük olduğundan, antenler arasındaki yer yapısını simetrik farzetmek kabildir.

Eğer n ve n-j-1 tabakaların dışında kalan (atmosfer ve çekirdek hariç) tabakaların yükseklikleri,  $h_0$  ve  $h_m$  yanında ihmal edilirse, başka bir deyişle, n ve n+1 tabakalarında yaratılan elektromagnetik dalgalara atmosfer ve çekirdek tabakalarının yapacakları tesir yanında, diğer ara tabakalarının yapacakları tesir ihmal edilirse şekil : 3 deki simetrik yapı daha da basitleştirilebilir. Bu halde n ve n+1 tabakaları bir tek tabaka olarak düşünülür ve bunun yüksekliği  $2h$ , iletkenliği  $a$ , olsun. (Şekil : 4). Bu tabakanın üstünde atmosfer ve altında çekirdek bulunur. Simetri kavramını ithal etmek için CTI tabakasının ortasından geçen bir simetri eksenini kabul edilir. Böylece ara tabaka, yükseklikleri

ve iletkenlikleri eşit iki tabaka haline gelmiş olur. Bu şekilde elde edilen yapıya «idealmiş» yapı adı verilir. Bunun en önemli özelliği  $a_0$  nin eri den küçük olmasıdır.

Şekil : 4 deki «İdealleştirilmiş» yapıda hemen görülürkl «yükselen» ve «inen» dalgaların  $a_{n+1}$  ve  $b_n$  genlikleri eşit olur. Ara tabaka (Merkezi tabaka) dalgaları kılavuzlar. Bu dalgalara «kılavuzlanmış jeolojik dalga» denir. (51) ve (52) de verilen  $a_n$  ve  $b_n$  nin eşitlik şartından



Şekil 4 - İdealleştirilmiş yapı

$$e^{2UnZn} \frac{M_{11}}{M_{21}} = e^{-2UnZn+1} \frac{N_{22}}{N_{11}} \quad (73)$$

bulunur. «İdealleştirilmiş» halde

$$Z_{n+1} = 0, \quad z_n = h_n \text{ ve } u_n \cdot h_n = d_n \text{ olduğundan}$$

$$e^{2dn} \frac{M_{11}}{M_{21}} = \frac{N_{22}}{N_{12}} \quad (74)$$

olur. Bu halde

$$b_n = P_n \frac{\lambda}{u_n} \frac{(N_{22}/N_{12}) + 1}{(N_{22}/N_{12})^2 - 1} = P_n \frac{\lambda}{u_n} \frac{1}{(N_{22}/N_{12}) - 1} \quad (75)$$

$$r_n = P_n \int_0^{\infty} \frac{N_{22} e^{-UnZ} + N_{12} e^{UnZ}}{N_{22} - N_{12}} \frac{J_0(\lambda r)}{U n} \lambda d\lambda \quad (76)$$

olarak bulunur ve 4 tabaka vardır :

1. tabaka : Atmosfer :  $h_0 = \infty, k_0 = \sigma_0$
2. " : } Merkezi  $h_1 = \frac{h}{2}, k_1 = \sigma_1$
3. " : }  $h_2 = \frac{h}{2}, k_2 = \sigma_1$
4. " : Çekirdek :  $h_3 = \infty, k_3 = \sigma_0$

Pratikte  $\sigma_0 \gg \omega \epsilon_0, \sigma_0 \gg \sigma_1, \sigma_1 \gg \omega \epsilon_1$  eşitsizlikleri kabul etmek kabildir. Bu tabakalar için :

$$M_{31}^{-1} = U_1^{-1} \cdot U_2^{-1} \cdot D_2^{-1} \cdot U_3^{-1} \cdot U_3 \quad (77)$$

$$U_1 = U_2 = \begin{bmatrix} -U_1 & U_1 \\ \sigma_1 & \sigma_1 \end{bmatrix}, \quad U_3 = \begin{bmatrix} -u_0 & u_0 \\ \sigma_0 & \sigma_0 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} e^{u_1 \frac{h}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-u_1 \frac{h}{2}} \end{bmatrix} \quad (78)$$

teşkil edilir. Burada

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2}, \quad \gamma_1^2 = j\omega\mu\sigma_1 \\ u_0 &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma_0^2}, \quad \gamma_0^2 = j\omega\mu\sigma_0 \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

bağıntıları vardır. (77) nm değerleri yerine konulursa

$$M_{31}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{e^{-u_1 \frac{h}{2}}}{2} \begin{bmatrix} \sigma_0 & u_0 \\ \sigma_1 & u_1 \end{bmatrix} & \frac{e^{-u_1 \frac{h}{2}}}{2} \\ \frac{e^{u_1 \frac{h}{2}}}{2} \begin{bmatrix} \sigma_0 & u_0 \\ \sigma_1 & u_1 \end{bmatrix} & \frac{e^{u_1 \frac{h}{2}}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_0 & u_1 \\ \sigma_1 & u_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sigma_0 & u_1 \\ \sigma_1 & u_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

elde edilir. Buna göre matris elemanları

$$N_{21} = e^{u_1 \frac{h}{2}} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_0 & u_0 \\ \sigma_1 & u_1 \end{bmatrix} \quad (81)$$

$$N_{12} = e^{-u_1 \frac{h}{2}} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_0 & u_0 \\ \sigma_1 & u_1 \end{bmatrix} \quad (82)$$

bulunur. (81) ve (82) deki  $\epsilon$  değerler (76) da yerine konulursa Hertz potansiyelinin ifadesi

$$\pi_1 = P_n \int_0^\infty \frac{\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \text{ch } \psi + \frac{u_0}{u_1} \text{sh } \psi}{\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \text{sh } \Phi + \frac{u_0}{u_1} \text{ch } \Phi} \frac{j_0(\lambda r)}{u_1} \lambda d\lambda \quad (83)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$\Phi = u_1 \frac{h}{2}, \quad \psi = u_1 \left( \frac{h}{2} - z \right) \quad (84)$$

#### REFERANSLAR:

1. Oktay, (A.): Yeraltında elektromagnetik dalgaların propagasyonu. (1972).
2. Gabillard (R.), Louage, (F.): Télécommunications à travers le sol dans un stratifiés. Annales de Télécommunications, 1970, t. 25, n° 1-2.
3. Papas (C.H.): Theory of electromagnetic wave propagation. McGraw-Hill. 1965.
4. Robin (.) : Propagation d'ondes électromagnétiques quelconques dans deux ou plusieurs milieux successifs. Thèse, Editions de la Revue d'Optique. 1944.
5. Abeles (F.): Sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux stratifiés. Ann. Physique; Fr. (JUin-Oôut, 1948).
6. Edward (C.J.): Electromagnetic waves and radiating systems. Prentices - Hall. 1968.
7. Brilloun (L.), Parodi (M.): Propagation des ondes dans milieux périodiques. Masson et Cie 1956.
8. Stratton (J.A.): Théorie de l'électromagnetisme. 1961.

# MADEN YATAKLARININ DEĞERLENDİRİLMESİNDE HANGİ ELEMENTLER ROL OYNAR !

Hazırlayan : Dr. Maden Y. Müh. S. DEMİRSOY

Maden Mühendisleri Odasının 8 nolu yayım olan bu kitap ücreti karşılığında Maden Mühendisleri Odasından temin edilebilir.