

# TENOR - TONAJ İLİŞKİSİNİN JEOSTATİSTİKSEL YÖNTEMLE SAPTANMASI

Ali ŞAHİN (\*)

## ÖZET

Maden planlamasında, tenor - tonaj ilişkisinin bilinmesi gereklidir. Jeostatistiksel yöntem, hacim - varyans ve hesaplanan — gerçek değerler ilişkilerini dikkate alarak, tenor - tonaj ilişkisinin belirlenmesinde gerçekçi bir yaklaşım sağlar.

Bonthe rutil yatağında (Sierra Leone) rutil tenörü, kum ve kil yüzdeleri için tenor - tonaj eğrileri belirlenmiştir. Sonuçlar, örnek değerleri ile kriging yöntemi kullanılarak hesaplanan blok değerleri dağılımlarını esas alan eğriler arasında belirgin bir fark olduğunu göstermektedir. Ayrıca, blok değerlerinin kriging varyanslarının küçük değerlere sahip olması nedeniyle hesaplanan blok değerleri eğrisi ile kuramsal olarak belirlenen gerçek blok değerleri eğrisi arasındaki fark azdır.

## ABSTRACT

In mine planning, an important decision tool is the grade — tonnage relationship. Using the volume - variance and estimated - real values relationships, geostatistics provide a rational approach to the solution of grade - tonnage problems.

The grade - tonnage curves for rutile grade, sand and clay fractions have been produced using data from Bonthe rutil deposits (Sierra Leone). The results indicate that there are significant differences between the curves based on the sampling distribution and the distribution of kriged block estimates. Also, as the kriging variances of blok estimates have small values, little advantage is gained using theoretical curves (for real blok values).

(\*) Dr. MTA, ANKARA

## 1. GİRİŞ

Ayrıntılı bir planlama yapabilmek için tenor - tonaj ilişkisinin bilinmesi gereklidir. Bu ilişki çeşitli tenor değerlerine karşılık olan toplam (cumulative) tonajı vermektedir. Cut-off tenöründe ortaya çıkan dalgalanmalar ve bu nedenle işletilebilecek tonajda değişimler önceden bilirse planlama gerçekçi bir temele oturtulmuş olur.

Bu çalışmada tenor - tonaj ilişkisinin belirlenmesi Bonthe ruttil yatağı (Sierra Leone) örneği ele alınarak gösterilmiş ve özellikle jeostatistiksel yöntemle yanlış yorumlardan nasıl kaçınılacağı ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Tenor - tonaj ilişkisinde jeostatistiksel yaklaşımın özünü iki önemli (çoğunlukla ihmal edilen) kavram oluşturmaktadır. Bunlar : Hacım - varyans ve hesaplanan - gerçek değerler ilişkileri olup aşağıda kısaca değinilmiştir.

## 2. HACIM - VARYANS İLİŞKİSİ

Değerlendirmede çoğunlukla elimizde yataktan alınmış, yatağın tümüne ve hatta işletme blokları hacımlarına göre çok küçük hacımlar oluşturan örnek değerleri vardır. Ancak yapılan çalışmalar (5,7) değerlerin dağılım varyanslarının bu değerlerin ait olduğu hacımların bir fonksiyonu olduğunu göstermekte; ve bu nedenle örnek değerleri ile işletme blokları değerleri farklı dağılımlar oluşturmaktadırlar. Yatağın yapısal özelliğinin bir sonucu olarak hacım arttıkça varyansta bir azalma izlenmektedir. Büyük hacim - larda yatağın çeşitli kısımları birleşerek kısmen homojen hale gelmekte ve değişkenlik azalmaktadır. Hacım küçük olduğu zaman ise (örnek hacımları gibi) değerlerde büyük dalgalanmalar olmaktadır.

Matheron (5) örnek değerleri dağılım varyansı ile blok değerleri dağılım varyansı arasında aşağıdaki ilişkinin varlığını göstermiştir.

$$a^2 (\bar{O}/Y) = a^2 (\bar{o}/B) + a^2(B/Y)$$

Burada  $a^2 (\bar{o}/Y)$  örnek değerlerinin yatağın tümü içindeki dağılım varyansı

$a^2(\bar{o}/B)$  örnek değerlerinin blok içindeki dağılım varyansı  
 $a^2(B/Y)$  Blok değerlerinin yatağın tümü içindeki dağılım varyansı

Görüldüğü gibi  $a^2(\bar{o}/Y) > a^2(B/Y)$  olup, aralarındaki fark  $\sigma^2(\bar{O}/B)$  ye eşittir.

Tenor - tonaj ilişkisi yukarıdaki varyansları esas aldığından, örnek değerleri ve blok değerleri değişik eğriler verecektir. Seçim ve işletmede blok hacimleri kullanılmış olması blok değerlerinin esas alınmasını zorunlu kılmaktadır.

### 3. HESAPLANAN - GERÇEK DEĞERLER İLİŞKİSİ

Yukarda belirtildiği gibi örnek değerleri yerine blok değerleri esas alınsa bile elimizde sadece blokların hesaplanan değerleri olduğundan sonuçta bir hata beklenmelidir. Bu hata bilinmeyen gerçek değerlerle bunların hesaplanan değerlerin dağılımları arasındaki farktan kaynaklanmaktadır. Kriging (2,5,8) yöntemi bile - en az varyanslı yansız değerler vermesine karşın - bu farkı ortadan kaldıramamakta ve tenor - tonaj eğrilerinde yanılığlara neden olmaktadır. Ancak, kriging yöntemi ile, hesaplanan değerlerin dağılım varyansından gerçek değerlerin dağılım varyansını hesaplamak olanaklıdır. Bu ikisi arasındaki ilişki aşağıda verilmiştir.

$$a^2(B/Y) = a^2(B^*/Y) + a_k^2$$

Burada  $a^2(B/Y)$  blokların gerçek değerlerinin dağılım varyansı

$a^2(B^*/Y)$  blokların hesaplanan değerlerin dağılım varyansı  
 $a_k^2$  ortalama kriging varyansı

Bu bağıntı kullanılarak,  $a^2(B/Y)$  değeri hesaplanıp daha sağlıklı tenor - tonaj eğrileri bulunabilir, özellikle  $a_k^2$  yüksek bir değerde ise yanıltıcı sonuçlardan kaçınmak için böyle bir yaklaşım kullanmak zorunludur.

#### 4. SONDAJ ve VERİLER

Çalışmada örnek olarak alman Mogbemo rutil yatağı Sierra Leone'nin Bonthe kıyı bölgesinde yer alan sahil kumu türünde bir yataktır. Yatağın doğu kesiminde 250 x 125 m<sup>2</sup> lik bir alanda, 30 x 30 m<sup>2</sup> lik düzgün karelej kullanılarak yapılan 45 adet düşey sondaj verileri (yaklaşık her 1,5 m.de bir. alınan 447 örnek) jeostatistiksel değerlendirme ve tenor - tonaj hesaplamalarına baz oluşturmuştur.

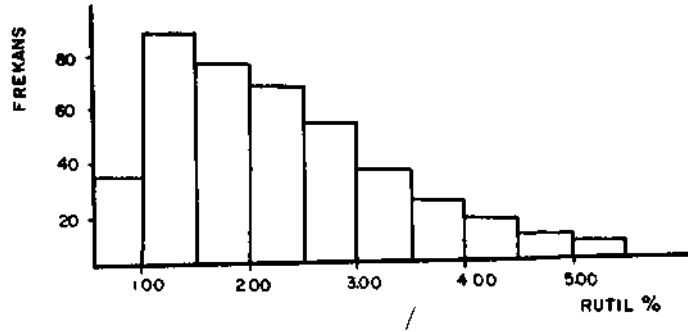
Yatağın genel değerlendirmesi ve Reichert konileri kullanan cevher hazırlama tesisinin en etkin çalışması (beslemedeki kum oranı dalgalanması ile kil oranına duyarlık göstermektedir) göz önünde bulundurularak rutil tenörü, Tyler mesh fraksiyonlarından kum ve kil yüzdeleri yersel değişken (Regionalized variable) olarak seçilmiştir.

Değişkenler için yatakta yersel dağılımlar belirlendikten sonra kriging yöntemi kullanılarak, her değişkenin 30 x30 x 1,5 m boyutlarında bloklarda değerleri ve bu değerlerin kriging varyansları hesaplanmış ve daha sonra tenor - tonaj eğrileri hesaplamalarına geçilmiştir. Burada, tenor - tonaj ilişkileri ele alınmış olup, diğer hesaplamalar için ayrıntılı bilgiler daha önce verilmiştir (7).

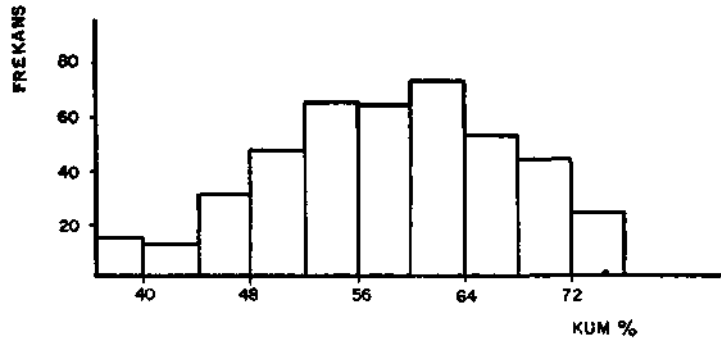
#### 5. HISTOGRAMLAR

1,5 m. örnek değerleri ile 30 x 30 x 1,5 m. blok değerleri histogramları Şekil. 1 ve Şekil 2'de verilmiş ve  $\hat{\lambda}$  parametreleri Çizelge. 1 ve Çizelge 2'de sıralanmıştır.

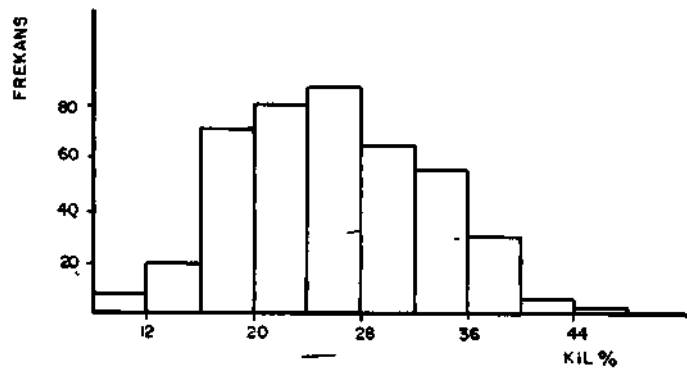
Kum ve kil örnek değerlerinin birer olağan dağılım oluşturmalarına karşılık, rutil örnek değerleri pozitif kayma (skew) göstermekte ve bu değerlerin log - normal dağılım oluşturabileceğini, göstermektedir (Şekil 1). Her değişkenin Şekil. 1 ve Şekil. 2'deki histogramlarının karşılaştırması bize hacim - varyans ilişkisini açıkça sergilemektedir. Blok değer histogramları diğerlerine göre sağ ve soldan (kuyruklardan) daAlmış olduğu ve varyanslarının belirgin ölçüde küçüldüğü görülmektedir. Çizelge. 1 ve Çizelge. 2'de varyansların karşılaştırılması ile aynı sonuç kanıtlanabilir. Değişkenlerin örnek değerleri aritmetik ortalamaları ile blok değerleri aritmetik ortalamaları arasındaki fark ise, beklenildiği gibi, yok denecek kadar azdır.



a) Rutil tenoru

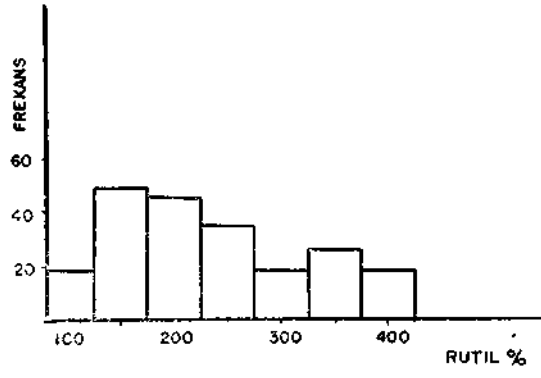


b) Kum yüzdesi

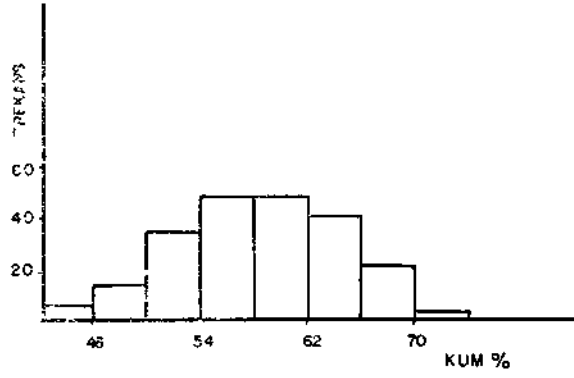


e) Kıl yüzdesi

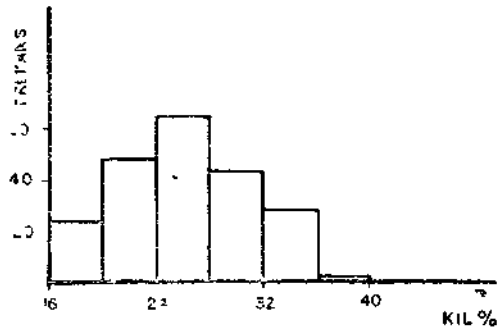
Şekil 1 — Örnek Değerleri Histogramları.



a) Rutil tenörü



b) Kum yuzdesi



c) Kıl yuzdesi

**Şekil 2 — Blok Değerleri Histogramları.**

Çizelge 1 — örnek Değerleri Dağılım Parametreleri.

| Değişken   | Aritmetik ortalama : m | Varyans : $\sigma^2$ (ö/Y) |
|------------|------------------------|----------------------------|
| Rutil      | 2.29                   | 1.28                       |
| Kum        | 58.27                  | 83.35                      |
| <b>Kil</b> | 25.74                  | 52.21                      |

Çizelge 2 — Blok; Değerleri Dağılım Parametreleri.

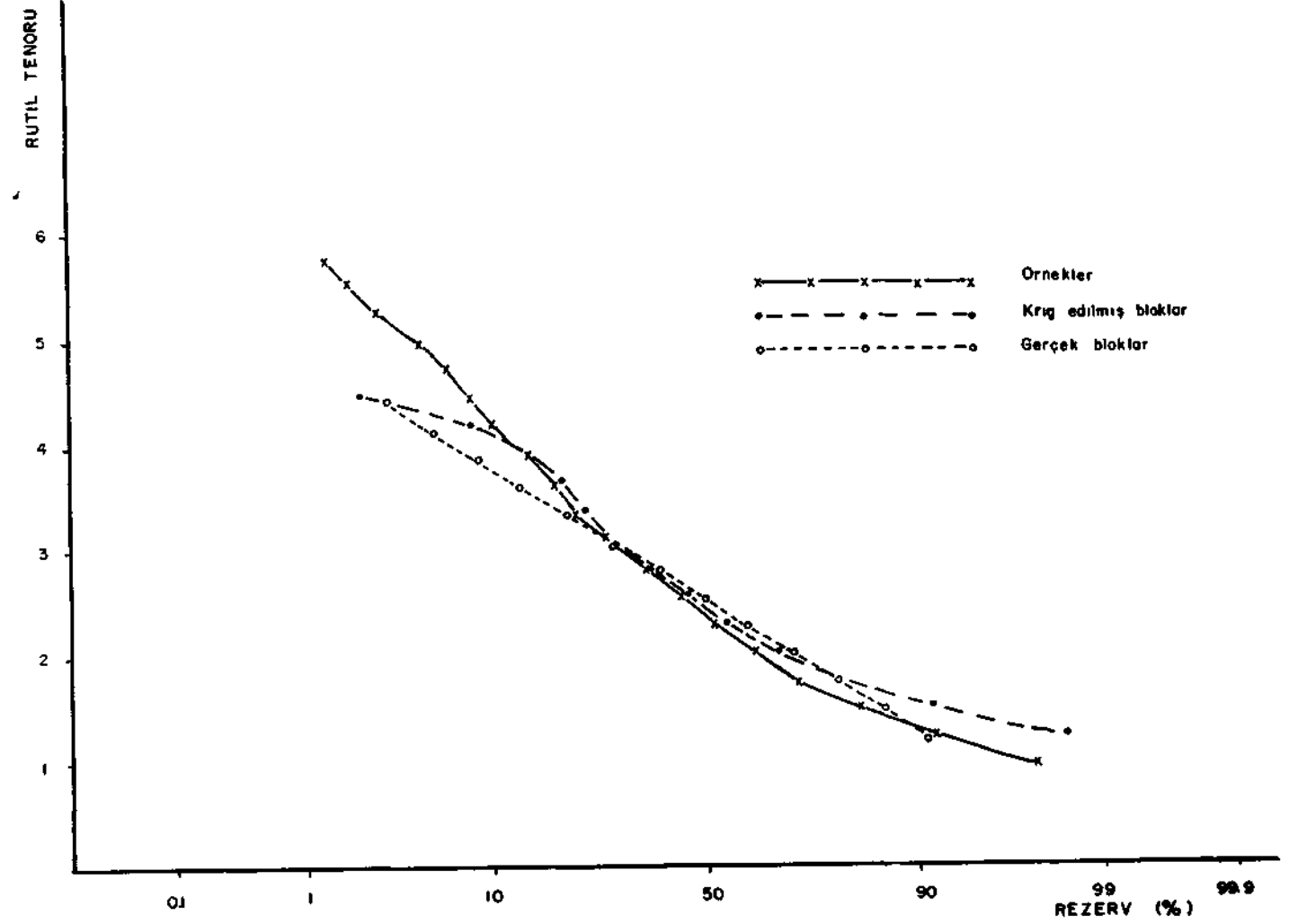
| Değişken     | Aritmetik ortalama : m | Varyans : $\sigma^2$ (B*/Y) |
|--------------|------------------------|-----------------------------|
| <b>Rutil</b> | <b>2.31</b>            | 0.77                        |
| <b>Kum</b>   | <b>58.32</b>           | 40.62                       |
| <b>Kil</b>   | <b>26.03</b>           | 23.10                       |

## 6. TENOR - TONAJ EĞRİLERİ

Aşağıdaki dağılımlar tenor - tonaj eğrilerinde esas alınmıştır :

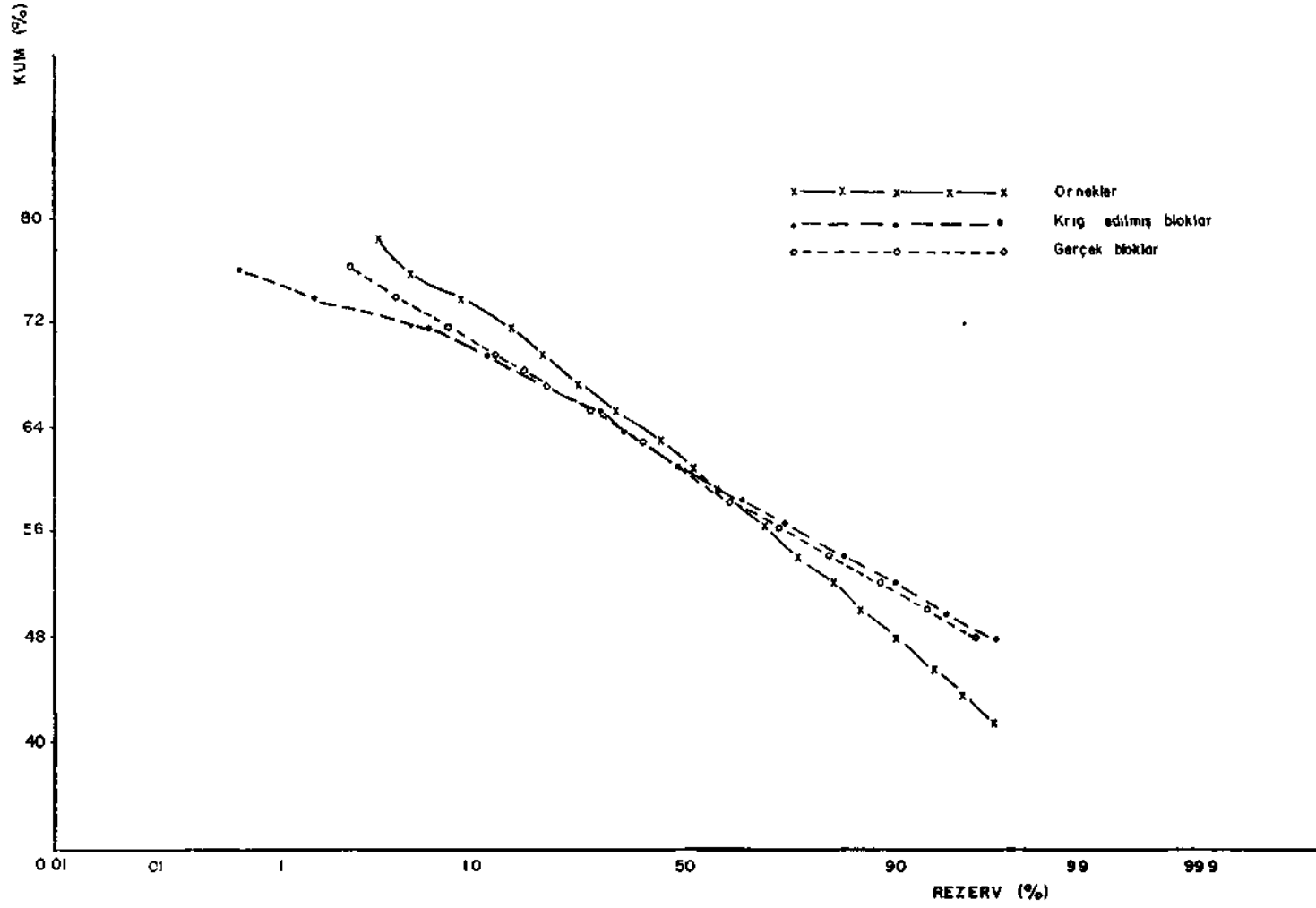
- örnek değerleri dağılımı
- Blok değerleri dağılımı
- Varyansı  $d^2$  (B/Y) ve ortalaması m. olan kuramsal normal dağılım.

Her değişken için yukarıdaki dağılımlar kullanılarak elde edilen eğriler doğrudan karşılaştırabilmeleri için aynı grafik üzerinde gösterilmiştir (Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5). İlk işlem olarak, örnek değerleri ve blok değerleri toplam frekans yüzdeleri aritmetik - probabilité grafik kağıdına çizilmiştir. Şekil 4 ve Şekil 5'de görüldüğü gibi kum ve kil değişkenleri birer doğru vermekte ve bu değişkenlerin normal dağılım oluşturdukları görüşünü kanıtlamaktadırlar. Rutil örnek değerleri ise küçük değerlerde eğri bir durum almakta (histogramda da görüldüğü gibi) ve log - normal dağılım

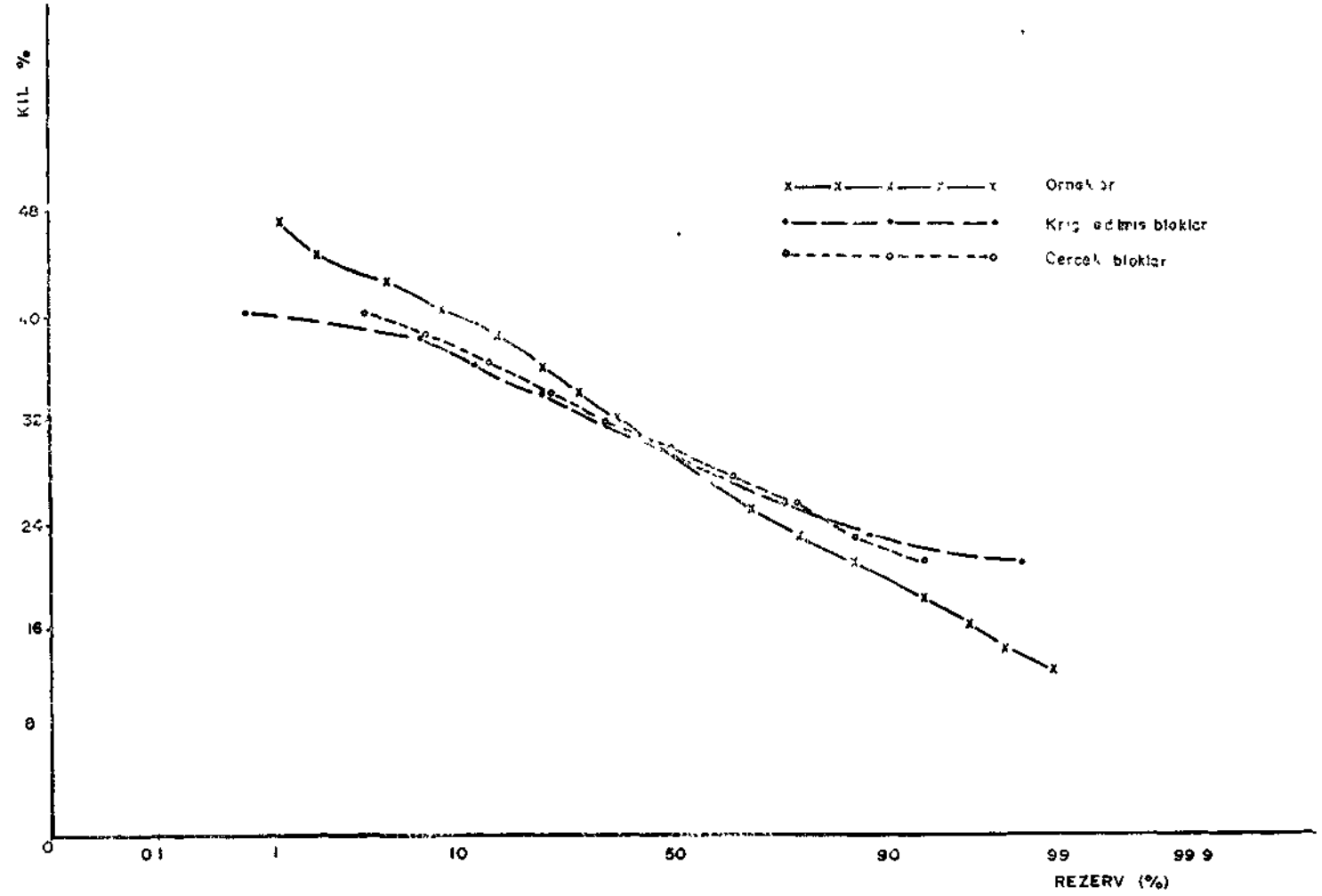


Şekil 3 — Cut - off Değer . Rezerv İlişkisi (Rutil tenörü)





Şekil 4 — Cut - off Değer - Rezerv İlişkisi (Kum yüzdesi)



Şekil 5 — Cut - off Değer - Rezerv İlişkisi (Kil yüzdesi)

gözlenmektedir. Rutil için olağanlık tenor değerleri yerine bunların logaritmaları alınarak veya log - probabilité grafik kağıdına çizim yapılarak sağlanabilir. Ancak, rutil blok değerlerinin olağan dağıtımına yaklaşık bir durum alması ve örnek değerlerinde %10 ve %80 arasında doğru oluşturması nedeni ile buna gerek görülmemiştir.

Bloklar aynı hacıma sahip olduğundan, rezerv blok sayısı ile orantılı olacaktır. Her değişken için verilen Cut-off tenörü veya yüzdesi üzerindeki blok sayısı o değişkene ait grafikten doğrudan okunabilir. Ancak, daha önce belirtildiği gibi hesaplanan blok değerleri dağılımını esas alan eğriler gerçek değerleri veremeyeceğinden,  $a^2(B/Y)$  hesaplanarak, varyansı  $a^2(B/Y)$  ve aritmetik ortalaması, krig edilmiş değerler ortalamasına ( $m$ ) eşit olan kuramsal olağan dağılım belirlenip, gerçek blok değerlerine ait tenor - tonaj eğrisi çizilmiştir. Değişkenler için  $a^2(B^*/Y)$ ,  $a_k^{-2}$  ve bunlara karşılık olan  $a^2(B/Y)$  değerleri Çizelge 3'de sıralanmıştır.

Çizelge. 3

| Değişken | $a^2(B^*/Y)$ | $a_k^{-2}$ | $a^2(B/Y)$ |
|----------|--------------|------------|------------|
| Rutil    | 0.77         | 0.08       | 0.85       |
| Kum      | 40.62        | 7.43       | 48.05      |
| Kil      | 23.10        | 5.75       | 28.85      |

Görüldüğü gibi, her değişken için  $a_k^{-2}$  değerleri  $a^2(B^*/Y)$  değerlerinden belirgin bir şekilde küçük olup krig edilmiş blok değerlerinden elde edilen eğrinin iyi bir oranlama yapabileceğini belirtmektedir. Bu sonuç eğrilerin karşılaştırılmasıyla da görülebilir. Ancak, diğer eğriler yerine örnek değerleri eğrisi kullanmanın, oranlamayı belli bir ölçüde yanıtacağı ortadadır.

## 7. SONUÇ

Sık bir karelej kullanılarak elde edilen verilerle yukarıda belirtilen sonuca ulaşılmıştır. Elimizde seyrek bir sondaj karelajı ve az sayıda örnek bulunduğu zaman, kriging varyansı yüksek olur ve

bunun sonucunda krig edilmiş blok değerleri ile gerçek blok değerleri eğrisi arasındaki fark büyür. Böyle bir durumda gerçek değerler dağılımından tenor - tonaj eğrisi bulunması daha zorunlu olur. Ek veriler elde edildiğinde, blok hesaplamaları ve kriging varyansları yenilenmeli ve tenor - tonaj eğrileri güncel hale getirilmelidir.

Ayrıca, sondajlar seyrek olduğundan hesaplanan bloklar büyük boyutlarda olup, seçim ve işletme için uygun olmayabilir. Bu durumda sorun seçim ve işletmeye uygun boyutlardaki blokların dağılımının bulunmasıdır. Jeostatistiksel uygulamalar da son gelişmeler transfer fonksiyonları yöntemi (4) ile bu sorunda çözüm getirmiştir.

#### YARARLANILAN KAYNAKLAR

1. DAVID, M., «Grade - Tonnage Curve : Use and Misuse in Ore Reserve Estimation», Trans. Inst. Min. and metall., 81, A 129 - 132, July 1972.
2. DAVID, M., «Geostatistical Ore Reserve Estimation», Elsevier, Amsterdam, **364P, 1977.**
3. HUIJBREGTS, Ch., «Selection and Grade - Tonnage Relationship», in Advanced Geostatistics in Mining Industry, Ed : M. Guarascio et all, Reidel Dordrecht, Netherlands, 295 - 311,1976.
4. MERECHAL, A., «The practice of Transfer Functions : Numerical Methods and Their Applications», Ed : M. Guarascio et all, Reidel, Dordrecht, Netherlands, 253 - 276,1976.
5. MATHERON, G., «The theory of Regionalized Variables and its Applications», Les Chairs du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, Ed : ENSMP, Paris, Fasc. 5, 21 lp, 1971.
6. ROYLE, A.G., «Practical Introduction to Geostatistics», A course notes, University of Leeds, 1971.
7. ŞAHİN, A., «The Spatial Distributions in the Bonthe Rutile Deposits of Sierra Leone», Ph. D. thesis, University of Leeds, August 1977.
8. Şahin, A., «Çayeli - Madenköy Bakır . Çinko Yatağının Jeostatistiksel Yöntemle incelenmesi», TÜBİTAK VII. Bilim ve Teknik Kongresi, Kuşadası, izmir, Ekim 1980