

# *Saplamaların Kiriş Oluşturma Etkisi*

The Beam Building Effect of Rockbolts

Ömer AYDAN (\*)

## ÖZET

Bu çalışmada, saplamaların kiriş oluşturma etkisi ile ilgili olarak kuramsal temeller verilmekte ve saplamaların boyutlandırılması üzerine bazı çözümler sunulmaktadır. Ayrıca, geliştirilen kaya elemanı kullanılarak yapılan analizlerle bu etki incelenmekte, kuramsal ve sayısal çözümlerle sonuçları deneysel bulguların ışığı altında birbiriyle karşılaştırılmaktadır.

## ABSTRACT

In this paper, the fundamentals of the beam building effect of rockbolts from the theoretical stand point are outlined, and some closed form solutions for the dimensioning of rockbolts are presented. The same problem is also investigated by using a newly developed rockbolt element and some comparisons between the theoretical and numerical modelling are made and discussed in the lights of the experimental data.

(\*) Araştırma Görevlisi, Nagoya Üniversitesi, JAPONYA.

## 1. GİRİŞ

Madencilikte sedimanter kayaçların genellikle değişik kalınlıkta tabakalardan oluştuğu çok iyi bilinen gerçek olup, sendimanter kütleler tabakalaşma düzlemleri denilen sürekli süreksizliklerle birbirlerinden ayrılmaktadır. Bu düzlemler düzgün yada dalgalı bir yüzeye sahip olabilmekte ve zaman zaman killi bir dolgu maddesi içerebilmektedir. Bu yüzlerin çekme dayanımı ya yok ya da çok azdır. Bu tür ortamlarda açılan yeraltı açıklıklarının duraylılığı ilk arazi gerilme koşullarına ve bu düzlemler ile kayacın mekanik davranışına bağlı olacaktır. Tabakalaşma yönüne paralel yönde ilk arazi basıncının düşük olması durumunda tabakalar yerçekiminin etkisi altında eğilerek göçüklere neden olabilmektedir. Bu tür yenilmelerin önlenmesi ancak tabakalarda oluşabilecek çekme gerilmelerinin kayacın çekme dayanımının altına düşürmekle elde edilebilir. Bu da ancak tabakaları birbirlerine iliştime ile mümkündür. Madencilikte kullanılan tahkimat elemanları arasında iliştime olgusu ise ancak kaya saplamaları ile mümkün olup, saplamalar bir sürü tabakaları birbirlerine iliştime yaparak bir kirişlendirme olgusunu meydana getirmektedir. Bu konuyla ilgili olarak ilk defa Panek (1962) tarafından kuramsal ve deneysel çalışmalar yapılmış olup Panek'in bu çalışmaları saplamaların kiriş oluşturma etkisi üzerine bütün dünya çapında kuramsal ve deneysel çalışmaların başlatılmasına neden olmuştur (Fairhurst ve Singh 1974, Sydney 1983, Roko ve Daemen 1983, vb.).

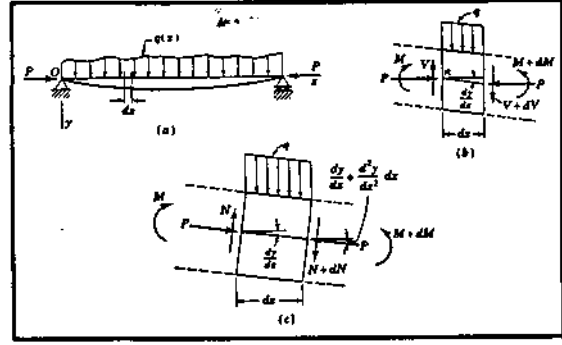
Bu çalışmada, saplamaların kiriş oluşturma etkisi ile ilgili olarak kuramsal temeller verilmekte ve saplamaların boyutlandırılması üzerine bazı çözümler sunulmaktadır. Ayrıca geliştirilen kaya elemanını kullanarak yapılan analizlerle bu etki incelenmekte ve kuramsal ve sayısal çözümlerle sonuçları deneysel bulguların ışığı altında birbirleriyle karşılaştırılmaktadır.

## 2. KİRİŞ KURAMI

Kiriş kuramı ile ilgili temeller, belli başlı yayınlarda örneğin Timoshenko (1970) ve İnan (1984)'ün eserlerinde bulunabilir. Burada bu temeller kısaca özetlenecektir.

Temel denge eşitlikleri dağılmış yükler al-

tındaki kirişler için aşağıdaki gibi verilebilir (Şekil 1).



Şekil 1. Notasyon

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} + P \frac{d^2 u}{dx^2} = q(x) \quad (1.a)$$

$$EI \frac{d^3 u}{dx^3} + P \frac{du}{dx} = -V(x) \quad (1.b)$$

$$EI \frac{d^2 u}{dx^2} = -M(x) \quad (1.c)$$

$$V(x) = \frac{dM(x)}{dx} \quad (1.d)$$

$$q(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \quad (1.e)$$

Eksenel yük P ihmal edilirse, kiriş içindeki gerilmelerle moment ve uygulanan yükler arasındaki ilişkiler aşağıda verilmektedir.

$$\sigma_x = E\epsilon_x \quad (2.a)$$

$$\sigma_x = \frac{My}{I_z} \quad (2.b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{dM}{dx} \frac{1}{bI_z} \int_0^b \int_{y_1}^{y_2} y dy dz \quad \text{ya da}$$

$$\frac{V}{bI_z} \int_0^b \int_{y_1}^{y_2} y dy dz \quad (2.c)$$

$$I_z = \int_0^b \int_{y_1}^{y_2} y^2 dy dz \quad (2.d)$$

Verilen sınır koşulları için de diferansiyel eşitliklerin çözümü genel çözümler verecektir. Örneğin basit, ankastre ve konsol kirişler için özel çözümler Şekil 2'de gösterilmektedir.

#### Basit Kiriş

$$u = \frac{qx}{24EI_z} (x^3 - 2Lx^2 + L^3)$$

$$\sigma_x = \frac{qxy}{2I_z} (L-x)$$

$$\tau_{xy} = \frac{q}{2I_z} \left( \frac{t^2}{4} - y_1^2 \right) \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

$$M = \frac{qx}{2} (L-x)$$

$$V = q \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

#### Ankastre Kiriş

$$u = \frac{qx^2}{24EI_z} (L-x)^2$$

$$\sigma_x = \frac{qy}{12I_z} (6x^2 - 6Lx + L^2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{q}{2I_z} \left( \frac{t^2}{4} - y_1^2 \right) \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

$$M = -\frac{q}{12} (6x^2 - 6Lx + L^2)$$

$$V = q \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

#### Konsol Kiriş

$$u = \frac{q}{24EI_z} (x^4 - 4Lx^3 + L^4)$$

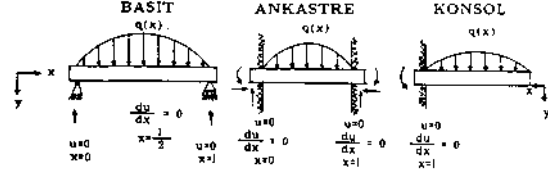
$$\sigma_x = \frac{qyx^2}{2I_z}$$

$$\tau_{xy} = \frac{qx}{2I_z} \left( \frac{t^2}{4} - y_1^2 \right)$$

$$M = \frac{qx^2}{2I_z}$$

$$V = -qx$$

olarak elde edilir. Burada, dikdörtgen kirişler için  $\nu = \frac{1}{2}$  dir. Eğer kirişler sadece yerçekiminin etkisinde kalıyorsa yük  $q = ybt$  olarak alınabilir. Yukarıdaki bağıntılar  $E$ 'nin yerine  $E/(1 - \nu)$  yazılarak plakalar içinde aynen kullanılabilir.



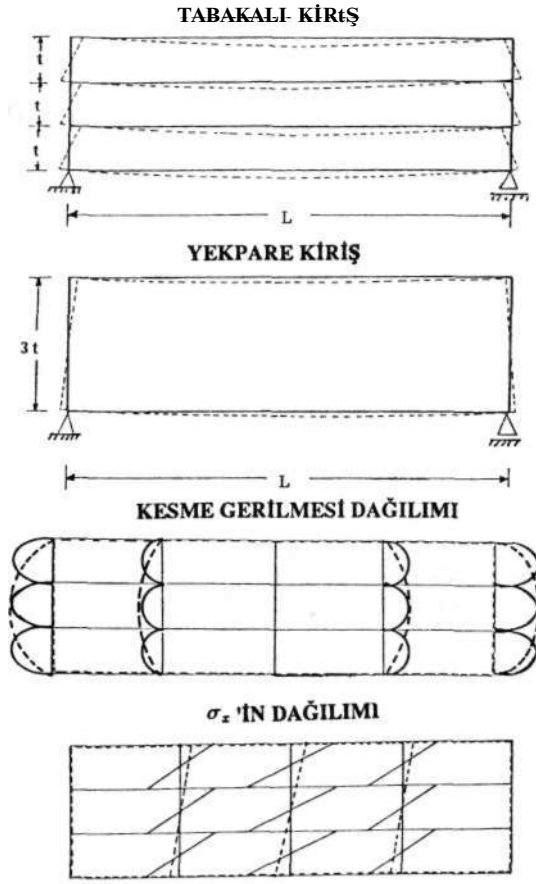
Şekil 2. Çeşitli kirişler için sınır koşulları

### 3. SAPLAMALARIN KİRİŞ OLUŞTURMA ETKİLERİ İÇİN BOYUTLANDIRILMASI

Saplamaların kiriş oluşturma etkisi boyutlandırılması analitik yada sayısal bir yöntem kullanılarak yapılabilir. Basit yükleme ve sınır koşulları için, analitik çözümlerin elde edilmesi mümkün olması nedeniyle bu tür çözümlerin kullanılması önerilebilir. Yükleme ve sınır koşulları karmaşık olması halinde ise sayısal bir yöntemin kullanılması kaçınılmaz olacaktır. Bununla beraber burada yalnız analitik çözümler verilecektir.

Şekil 3'te gösterildiği gibi aynı kalınlıkta ve aynı tip bir malzemeden oluşan, basit kiriş sınır koşullarına maruz ara yüzeyleri sürtünmesiz 3 tane kirişin üst üste konduğunu düşünelim. Kirişler birbirlerinden bağımsız olarak yerdeğiştirecek ve kirişlerin içindeki gerilmelerin dağılımları şekilde gösterildiği gibi olacaktır. Diğer yandan, kalınlığı  $3t$  olan yekpare bir kirişi düşünecek olursak gerilmelerin dağılımı Şekil 3'te gösterildiği gibi olacaktır. Kesme gerilmelerinin dağılımlarının büyüklüğü ince ve kalın kirişler için değişmez iken aksel gerilmelerin değeri ince kirişlerde kalın kirişlerdekine oranla oldukça yüksektir. Eğer kirişler arasında göreceli yerdeğiştirmeler engellenebilirse bir kiriş takımı yekpare bir kiriş olarak davranış gösterecektir. Bu amaçla kirişlerin arayüzlerinde kesme gerilmelerine karşı direnecek tahkimat elemanları kullanılması gerekir.

Birbirlerine iliştilen kirişlerin arayüzlerinde sağlanması gereken kesme direnci  $T_r$



Şekil 3. Tabaka ya da yekpare bir ortamdaki kirişlerde yer değiştirme ve gerilme dağılımları

$$T_r = 2 \int_0^b \int_0^{L/2} \tau_{xy} dx dy \quad (4)$$

olarak verilebilir.

İliştirme malzemesinin T| adet saplama ve aralığının  $e_i \times e/$  olduğu varsayılırsa, saplamların verdiği toplam direnç aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sum_{i=1}^n \left[ \sigma_b^i A_b^i (\cos \alpha^i \tan \phi + \sin \alpha^i + \epsilon^i) \right] \quad (5)$$

Burada

$\sigma_b^i$ : saplamadaki aksenal gerilme

$A_b$ : saplamanın kesit alanı

$\alpha$ : saplamanın kirişin normali ile yaptığı açı

$\epsilon$ : saplamanın kesmeye karşı direnç katkısı

( $\phi$ ): kirişler arası sürtünme açısı

$e_i e/$ : aralık,  $e/ = b$  olarak alalım.

Yukarıdaki ilişki birkaç işlemden sonra aşağıdaki şekle dönüştürülebilir:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_b^i A_b^i}{\sin \alpha^i} \left( \frac{1}{2} \sin 2\alpha^i \tan \phi + 1 \right) \quad (6)$$

Saplamlar içindeki gerilmeler aynı olacak bir şekilde yerleştirildiği varsayılırsa gerekli saplama sayısı (n) aşağıdaki ilişkiden kolaylıkla hesaplanabilir:

$$n = \frac{2 \int_0^b \int_0^{L/2} \tau_{xy} dx dy}{\frac{\sigma_b A_b}{\sin \alpha} \left( \frac{1}{2} \sin 2\alpha \tan \phi + 1 \right)} \quad (7)$$

Yukarıdaki ilişkilerden de anlaşılacağı üzere, saplamlar içindeki gerilmenin büyüklüğü oldukça önemli bir problemdir. Bu problem, saplamanın içindeki gerilmeyi saplamanın yenilme direncine eşit kılmakla giderilmektedir. Bu varsayım yapılırsa, çekme ve kesme gerilmelerinin etkisinde kalan bir saplamanın yenilme direnci aşağıdaki gibi verilebilir:

$$T_y = \frac{S_y N_y}{\sqrt{(N_y \cos \alpha)^2 + (S_y \sin \alpha)^2}} \quad (8)$$

Burada

$S_y$ : saplamanın kesme dayanımı

$N_y$ : saplamanın çekme dayanımı

Saplama içindeki kesme bileşeni  $S_0$  ve normal bileşen  $N_0$  ile  $T_0$  arasında ise

$$T_y = \sqrt{S_b^2 + N_b^2} \quad (9.a)$$

veya

$$S_b = T_y \cos \alpha \quad (9.b)$$

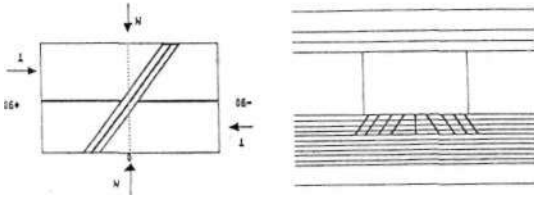
$$N_b = T_y \sin \alpha \quad (9.c)$$

gibi ilişkiler yazılabilir. (7) nolu ilişkide  $\sigma$ 'nin

değeri olarak aşağıdaki ilişkinin kullanılması gerekir:

$$\sigma_b = \frac{T_y}{A_b} \quad (10)$$

Saplamanın etkili yerleştirilme açısı tabakalaşma düzlemleri arasındaki kaymayı engelleyecek bir biçimde olmak zorundadır. Bu nedenle, yerleştirilme açısı bu düzlemlerin sürtünme açısına eşit olacak şekilde olmalıdır. (Aydan ve diğerleri, 1987). Bununla beraber bunu sağlamak oldukça zor olması nedeniyle bu açının 45° olması önerilmektedir (Şekil 4).



Şekil 4. En uygun saplama yerleştirme düzeni ve notasyonu

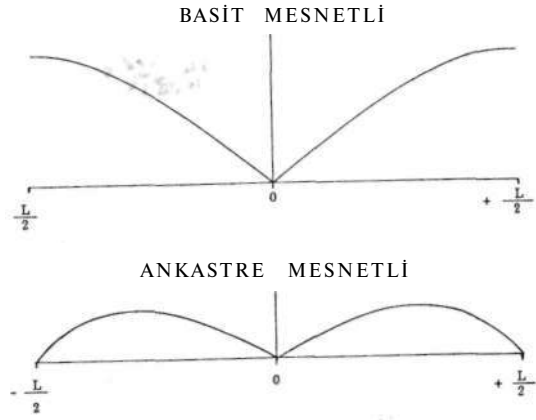
Farklı kalınlıktaki ve sürtünmesiz bir arayüzüne sahip iki kiriş arasındaki göreceli yer değiştirme

$$\Delta S(x) = \left| \frac{du^1}{dx} \right| \cdot \frac{t_1}{2} + \left| \frac{du^2}{dx} \right| \cdot \frac{t_2}{2} \quad (11)$$

olarak verilebilir. Burada  $\frac{du^1}{dx}$  ile  $\frac{du^2}{dx}$  kalın-

tıkları  $t_1$  ve  $t_2$  olan iki kirişin eğilme eğrileri  $u^1$  ve  $u^2$ 'nin  $X$ 'e göre türevleridir. Şekil 5'te kirişler arası oluşabilecek göreceli yer değiştirme dağılımları gösterilmiştir. Basit kirişler için en yüksek yer değiştirme kirişlerin uç kısımlarında oluşurken, ankastre kirişlerde kirişlerin ucundan 0.21 L'lik uzaklıkta bir yerde meydana gelmektedir. Buradan da anlaşılacağı üzere, saplamalar bu bölgelerde yoğun olarak yerleştirilmelidir.

Özetlemek gerekirse, saplamaların boyutlandırılmasında şu şekilde bir sıra izlenebilir: İlk önce tabakaların çekme dayanımı kalınlık-



Şekil 5. Basit ve ankastre kirişlerde göreceli yer değiştirme dağılımları

lan ve etkiyecek yükün büyüklüğü bulunursa bu durumda gerekli kiriş kalınlığı belirli bir emniyet katsayısı için hesaplanır. Bu kalınlık saplamaların uzunluğuna eşit olarak varsayılır. Saplamaların aralığı ve yerleştirilme düzeni ise saplamalar içindeki gerilme aynı olacak şekilde, kiriş içindeki kesme gerilmesinin kiriş boyunca dağılım fonksiyonu kullanılarak bulunur.

#### 4- UYGULAMALAR, KARŞILAŞTIRMALAR VE TARTIŞMALAR

Saplamaların kiriş oluşturma etkisini incelemekten önce, kaya tabakalarının eğilme direncini incelemek faydalı olacaktır. Yeraltı açıklıklarında görülebilecek sınır koşulları ankastre kirişlerindeki sınır koşullarına yakın olacaktır. Böyle bir kiriş için, kirişe etkiyen yükün iki kısımdan oluştuğunu düşünelim:

$$q = q_w / + q_o / \quad (12)$$

Burada

$$q_w / = Y t / : \text{kirişin ağırlığı}$$

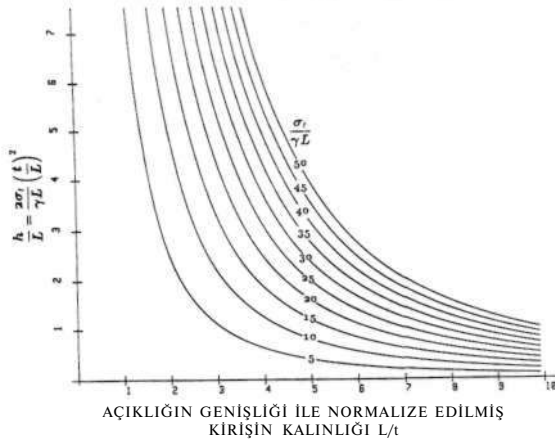
$$q_o / = \gamma^n o / ' \cdot \text{üsteki kirişlerden ek yük}$$

Kirişin aksenal çekme gerilmeleri açıklığın dayanaklarında (abutments) ve kirişin en üst yüzeylerinde oluşacaktır. Bu gerilmeler kayanın çekme dayanımından yüksek olamayacağından  $t /$  kalınlığında bir kirişin taşıyabileceği

açıklığın genişliği ile normalize edilmiş yük yüksekliği  $h$

$$\frac{h}{L} = 2 \frac{\sigma_t}{\gamma L} \left( \frac{t}{L} \right)^2$$

olarak verilebilir. Burada  $h = t/ + h_v$ 'dir. Birçok kayaç için  $ot/\gamma$  oranının 5 ile 50 arasında değişebileceği göz önüne alınarak yapılan hesapların sonuçları Şekil 6'da gösterilmiştir. Şekil 6'da görüldüğü üzere  $ot/\gamma$ 'nın azalmasına bağlı olarak açıklığın genişliği arttıkça kirişin taşıyabileceği yük azalmaktadır. Yük yüksekliği ve kayacın çekme direnci bilinirse yukarıdaki yaklaşımdan varsayılan bir emniyet katsayısı için gerekli kiriş kalınlığı hesaplanabilir. Kiriş kalınlığının saplamaların uzunluğuna eşit olduğu kabul edilirse, saplama uzunluğu aşağıdaki ilişkiden kolaylıkla elde edilebilir.



Şekil 6. Açıklığın genişliği ile normalize edilmiş yük yüksekliğinin kiriş kalınlığı ve  $ot/\gamma L$ 'e bağlı olarak değişimi

$$l_b = l_{eq} = \sqrt{\frac{F_s}{2} \frac{\gamma h}{\sigma_t}} L$$

Gerekli tahkimat direnci ise

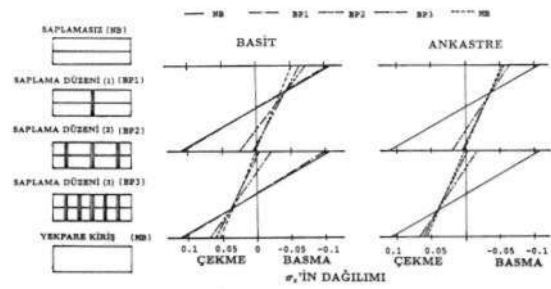
$$V = \frac{3}{8} \gamma h \frac{b}{t} L^2$$

ilişkisinden bulunabilir. Herbir saplama tarafından sağlanan tahkimat direnci aynı olduğu ve bunun büyüklüğünün saplamanın yenilme direncine  $O_y$  eşit olduğu varsayılırsa, gerekli saplama sayısı

$$n = \frac{3}{8} \cdot \frac{\gamma h}{\sigma_y} \cdot \frac{bL}{A_b} \cdot \frac{L}{t}$$

ilişkisinden elde edilecektir.

Yukarıda anlatılan kuramsal yaklaşımın geçerliliğini incelemek üzere yazarlar (Aydan ve ark. 1986 a.b) tarafından sonlu elemanlar yöntemi için geliştirilen kaya elemanı kullanılarak yapılan analizlerin sonuçları tartışılacaktır. Analizlerde, gözönüne alınan her iki kirişin kalınlığı 0,5 m ve uzunluğu 3 m olup arayüzeylerinde sürtünme açısı  $0^\circ$  dir. Ayrıca kirişlere etkiyen yüklerin kendi ağırlıklarından kaynaklandığı varsayılmıştır. Saplamaların sayısı 0'dan 5'ye kadar değiştirilerek, Şekil 7'de değişik ve iki farklı sınır koşulları için kirişlerin orta kesitindeki eksenel gerilme  $\sigma_x$ 'in dağılımı gösterilmiştir. Burada verilen ve yer darlığı nedeniyle sunulamayan diğer verilerden çıkartılan ve oldukça önemli olduğunu inanılan sonuçlar aşağıda özetlenmektedir.



Şekil 7. Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan analizlerde kirişlerin orta kesitinde saplamaların sayısına bağlı olarak eksenel gerilme  $\sigma_x$ 'in dağılımları

i) Saplamaların sayısı arttıkça, iki kirişin statik davranışı iki kirişin kalınlığına eşit yekpare bir kirişin davranışına yaklaşmaktadır. Başka bir deyişle, saplamaların sağladığı direnç kirişlerin arayüzeylerinde oluşan kesme kuvvetinden büyük olursa kirişlerin davranışı iki kirişin kalınlığı ile aynı olan yekpare bir kiriş ile aynı olacaktır. Bu sonuç Sydner (1983)'in yapmış olduğu deneysel çalışmadan elde edilen sonuçla aynıdır.

ü) Kirişlerin ortasındaki saplamanın kiriş oluşturma etkisi olmayıp bu saplama ancak

askıya alma etkisine sahip olabilir. Saplamlar arayüzelerde kaymanın beklendiği kısımlarda yoğun olmalıdır. Saplamların yerleştirilme açısı, ara yüzelerdeki göreceli yer değiştirme en az olacak şekilde olmalıdır.

üt) Saplama aralığı düzenli ise, saplamlar içinde oluşan gerilmeler birbirlerinden farklı olacaktır. Saplamların taşıdığı yükün aynı olabilmesi için saplama aralığı değiştirilmelidir.

## 5-SONUÇLAR

Tabakalı sedimanter kaya kütlelerinde açılan yeraltı açıklıklarında saplamların kiriş oluşturma etkisi olup bu etki saplamların sağladığı direncin arayüzelerde oluşabilecek kesme kuvvetinden büyük olması durumunda mümkün olacaktır. Ters durumda kirişler belirli bir ölçüye kadar birbirlerinden bağımsız olarak statik bir davranış göstereceklerdir. Sunulan analitik çözümler saplamların boyutlandırılmasında en azından bir fikir vermesi amacıyla güvenle kullanılabilir. Daha sağlıklı hesaplamalar ise geliştirilen saplama elemanı kullanılarak sonlu elemanlar yöntemi ile yapılabilir.

## KAYNAKLAR

- AYDAN et al. 1986 a; A Finite Element for Grouted Rockbolts and Their Anchorage Mechanism, Procs. 1st Symp. in Geotechnical Engineering, Tokyo, June.
- AYDAN et al 1986 b; Reinforcement of Geotechnical Engineering Structures by Grouted Rockbolts, Procs. Int. Symp. on Engng. in Complex Rock Formations, Beijing, Nov.
- AYDAN et al. 1987; Süreksiz ya da Süreksizlik Takımı İçeren Topukların Kaya Saplamları ile Tahkimi, Madencilik, Vol. 26, No.2, Haziran.
- FAIRHUST, C. and B. SINGH 1974; Roof Bolting in Horizontally Laminated Rock, Engng. and Min. Journal. Vol. 175.
- İNAN, M., 1984; Cisimlerin Mukavemeti, Birsen Yayınevi, İstanbul. 5. Baskı.
- PANEK, LA., 1962; The Combined Effects of Friction and Suspension in Bolting Bedded Mine Roof., U.S. Bur. Mines, Rept. Invest. 6139.
- ROKO, R.O., and J.J.K. DAEMEN 1983; A Laboratory Study of Bolt Reinforcement Influence on Beam Building, Beam Failure and Arching in Bedded Mine Roof, Procs. Int. Symp. Rock Bolting, Abisko.
- SYDNER, V.W., 1983; Analysis of Beam Building of Fully Grouted Roof Bolts, Procs, Int. Symp. Rock Bolting, Abisko.

