

## MODELLEME YARDIMIYLA ÇİMENTO ÖĞÜTME DEVRESİ TASARIMINDA MORRELL VE MAN YÖNTEMİNİN SINANMASI

Testing of Morrell and Man's Method in Design of Cement Grinding Circuits with the Aid of Modelling

A. Seyfi ERDEM<sup>(\*)</sup>  
Ş. Levent ERGÜN<sup>(\*\*)</sup>  
Hakan BENZER<sup>(\*\*\*)</sup>

### ÖZET

Bu çalışmada, çimento öğütmede kullanılan kuru kamaralı değirmenler için, Bond öğütülebilirlik testi sonuçlarını kullanan Morrell ve Man (1997) yaklaşımını temel alan bir ölçek büyütme yöntemi önerilmektedir. Yaklaşım, çalışmakta olan 5 farklı tesisteki sekiz öğütme devresinden alınan verilerle sınıanmıştır. Morrell Man (1997) yaklaşımının yaş öğütme devreleri için doğrulanmış olmasına karşın çimento öğütme devrelerinde yetersiz kaldığı sonucuna varılmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Bilyalı Değirmen, Öğütme, Ölçek Büyütme, Modelleme, Tasarım.

### ABSTRACT

In this study, a scale-up method is proposed for dry multi-compartment ball mills used in cement industry. The method is based on Morrell and Man's approach (1997) which uses the model parameters obtained from Bond grindability test. This approach was tested by using the data obtained from eight cement grinding circuits operating in five different plants. Although Morrell and Man's approach has been verified for wet grinding circuits, it was concluded that it is insufficient for cement grinding circuits.

**Keywords:** Ball Mill, Grinding, Scale-up, Modelling, Design.

---

<sup>(\*)</sup>Araş. Gör., Hacettepe Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü, Beytepe, Ankara, aserdem@hacettepe.edu.tr

<sup>(\*\*)</sup> Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü, Beytepe, Ankara, lergun@hacettepe.edu.tr

<sup>(\*\*\*)</sup> Yrd. Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü, Beytepe, Ankara, benzer@hacettepe.edu.tr

## 1. GİRİŞ

Mineral endüstrisinde yatırım ve işletme maliyetlerinin önemli bir bölümünü oluşturan öğütme, her zaman yoğun araştırmaların konusu olmuştur.

Bilyalı değirmenler, otojen, yarı-otojen, yüksek basınçlı merdaneli değirmen, dik değirmen (vertical roller mill) ve karıştırmalı bilyalı değirmenlerdeki gelişmelere karşın önemini halen sürdürmektedir.

Bir bilyalı değirmen ve sınıflandırıcıdan oluşan tipik bir devrede ekipman boyutları, bilya yükü ve boyu, sınıflandırıcıya ait değişkenler, malzemenin sertliği ve tane boyu dağılımı gibi bir devrede performans üzerine etkili çok sayıda tasarım ve işletme değişkeni bulunmaktadır. Devrede minimum özgül enerji tüketimiyle istenen tane boyutunda ürün elde edilmesi, doğru ekipman seçimi ve devrenin optimum işletme koşullarında çalıştırılmasına bağlı olmaktadır.

Bilyalı değirmen seçimi laboratuvar veya pilot ölçekli test sonuçları kullanılarak iki şekilde yapılmaktadır. Bunlar;

1. Konvansiyonel Bond yöntemi
2. Matematiksel modelleri temel alan yöntemler

Bond yönteminde; standart ölçülere sahip laboratuvar ölçekli bir değirmen ve öğütme koşullarında, standart bir deneysel yöntem izlenerek belirlenen öğütülebilirlik değerinden yararlanılarak boyut küçültme işlemi için gereken enerji hesaplanmaktadır. Daha sonra, Bond (1961) tarafından geliştirilen ampirik eşitlikler kullanılarak ölçek büyütme işlemi gerçekleştirilmekte ve değirmen boyutlandırması yapılmaktadır. Yöntem, Bond'dan sonra bazı küçük eklemelerle günümüzde de kullanılmaktadır (Rowland, 1985). Bu yöntem, deneysel çalışmaların kolay olması, hesaplamalarda kullanılan ampirik ifadelerin basitliği ve arkasında üretici firmanın geniş veri tabanının bulunması nedeniyle, bilyalı değirmenlerin seçiminde, endüstride geniş bir uygulama alanı bulmaktadır (Napier-Munn vd., 1996; Man, 2001). Bond yönteminde, harcanan enerji, beslemenin ve ürünün %80'inin geçtiği tane boyutuna ( $P_{80}$ ) ve tonaja bağlı olarak belirlenmektedir. Ancak, cevherin özelliklerine, değirmenin ve sınıflandırıcının çalışma koşullarına bağlı olarak aynı  $P_{80}$  değerine sahip

farklı dağılımlar elde edilmesi mümkündür. Bu durum, değirmen seçiminde yapılacak hataların yüksek olmasına sebep olmaktadır.

Diğer yandan, Bond yönteminde devredeki akışların tonajları ve boyut dağılımları belirlenememektedir. Ayrıca, devreden yük oranının %250 olarak sabit olduğu ve sınıflandırıcının mükemmel ayırım yaptığı kabul edilmektedir. Buna karşın, gerçek bir kapalı devrede besleme miktarı artırıldığı zaman, eğer sınıflandırıcı performansı bu koşullara uyarlanmazsa, devrede gelişebilecek olayları tahmin etmek mümkün olmamaktadır (Napier-Munn vd., 1996). Sonuç olarak, Bond yöntemi, devrede önemli değişikliklere neden olabilecek bir çok önemli değişkenin etkisini dikkate almadığı için bir dizi hata içermektedir (Austin vd., 1982; Morrell ve Man, 1997 ; Man, 2000).

Matematiksel modelleme ve simülasyon tekniklerinin gelişmesiyle birlikte, özellikle öğütme devrelerinin optimizasyonunda önemli gelişmeler sağlanmıştır. Tasarım alanında modellerin kullanımı daha az olmasına karşın, Herbst ve Fuerstenau (1980), Austin vd. (1982), Kavetsky ve Whiten (1984), Morrell ve Man (1997), bu konuda yaklaşımlar öneren bazı araştırmacılar. Yöntemlerin tümü, laboratuvar veya pilot ölçekli test verilerini, her bir boyut fraksiyonundaki madde miktarı denkliğine dayanan bir bilyalı değirmen modelini ve farklı ölçek büyütme işlemlerini içermektedir. Modelleme ve simülasyonu temel alan yöntemler, devreyi bir bütün olarak ele aldığı için, diğer ekipmanlarla bilyalı değirmen arasındaki etkileşim belirlenebilmekte, dolayısıyla tasarım ve işletme değişkenlerinde yapılacak herhangi bir değişikliğin akış tonajları ile tane boyu dağılımları üzerine etkisi hesaplanabilmektedir.

Bu potansiyellerine karşın, modellemeye dayanan yöntemlerin, bilyalı değirmen seçiminde ve öğütme devrelerinin tasarımında yeteri kadar kullanım alanı bulamaması; Bond yönteminin endüstride yaygın kullanım sonucu kabul görmesinden, bu yöntemlerin doğruluğunun yeterince sınanmamış olmasından ve daha çok optimizasyon amaçlı olmalarından kaynaklanmaktadır (Morrell ve Man, 1997; Man, 2000; Man, 2001).

Morrell ve Man (1997), konvansiyonel bilgileri modelleme yaklaşımıyla birleştirmeyi amaçlayan ve yaş öğütmede yaygın kullanılan boğazdan taşmalı bilyalı değirmenler için, Bond

öğütülebilirlik testinin son çeviriminde elde edilen boyut dağılımlarını kullanan modelleme destekli bir ölçek büyütme yöntemi önermişler ve 16 adet öğütme devresinden elde edilen verilere başarıyla uygulamışlardır.

Yaş bilyalı değirmenlerin modellenmesi konusunda literatürde çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Austin vd., 1982; Napier-Munn vd., 1996; Morrell ve Man, 1997; Man, 2000). Öte yandan, büyük miktarlarda malzeme işlenmesine ve yüksek enerji tüketimine karşın kuru öğütme üzerinde yapılmış çalışmalar çok daha az sayıdadır. Kuru öğütmenin en çok uygulama bulan alanlarından biri çimento endüstrisidir. Özellikle ülkemizde, yıllara göre değişen 30-35 milyon ton çimento üretilmekte ve bunun için 84-98 milyon ton malzeme öğütülmektedir (DPT, 2001). Çimento üretiminde kullanılan elektrik enerjisinin yaklaşık %40'ı, klinker öğütmede harcandığı düşünüldüğünde konunun önemi daha da vurgulanmaktadır (Fujimoto, 1993). Çimento üretiminin son aşaması olan, yarı mamul madde klinkerin öğütülmesi, genellikle boy-çap oranı 3-5 arasında değişen, farklı boyutlarda öğütme ortamları içeren bir veya birden fazla kamaranın bulunduğu ve tüp değirmen olarak da adlandırılan kuru öğütme yapan kamaralı bilyalı değirmenlerle gerçekleştirilmektedir. Austin vd. (1982), Zhang (1992), Viswanathan vd. (1988) ve Benzer (2000) modelleme ve simülasyona dayalı tasarım tekniklerini kuru öğütme yapan kamaralı bilyalı değirmenler için öneren araştırmacıdır. Bu çalışmalar içinde, endüstriyel verilerle sınanmış ve ara bölme ızgarasının etkisinin modele yansıtılabildiği tek yaklaşım Benzer (2000) yaklaşımıdır.

Bu çalışmada, yaş öğütmede başarı ile uygulanmış Morrell ve Man yönteminin yaygın olarak çimento öğütmede kullanılan kamaralı bilyalı değirmen seçimi ile birlikte devre tasarımında kullanılabilirliği araştırılmış ve endüstriyel verilerle geçerliliği sınanmıştır.

## 2. MORRELL VE MAN (1997) YÖNTEMİ

Morrell ve Man (1997)'in önerdiği ölçek büyütme yöntemi Şekil 1'de sunulmaktadır.

İlk aşamada, değirmen taze besleme numunesi kullanılarak yapılan tek tane kırılma testi (ağırlık düşürme yöntemi) (Narayanan,1986) sonucunda kırılma dağılım fonksiyonu değerleri ( $a_{ij}$ ) ve Bond bilyalı değirmen öğütülebilirlik testi (Bond, 1961) ile de testin son çevirimindeki değirmen besleme ve ürün tane boyut dağılımları belirlenmektedir. Daha sonra, Eşitlik 1'de verilen Whiten (1974)'in mükemmel karışım modeli kullanılarak model kalibrasyonu yardımıyla Bond bilyalı değirmenin kırılma hızı parametre değerleri ( $r_i/d_i$ ) belirlenmekte ve belirlenen bu değere, Bond bilyalı değirmen ile seçilen büyük ölçekli değirmen arasındaki işletme ve tasarım farklılıkları, Eşitlik 2'deki ölçek büyütme işlemiyle yansıtılarak, büyük ölçekli değirmen kırılma hızı parametresi değerleri ( $r_i/d_i$ ) belirlenmektedir. Son aşamada ise, hesaplanan bu kırılma hızı parametre değerleri ve büyük ölçekli değirmen besleme tane boyu dağılımı kullanılarak, devre performansı tahmin edilmektedir. Sonuç olarak; prosese uygun değirmen seçilmekte, devredeki akışların boyut dağılımları ve tonajları belirlenmektedir.

$$f_i - P_i + \sum_{j=1}^i a_{ij} \left( \frac{r_j}{d_j} \right) P_j - \left( \frac{r_i}{d_i} \right) P_i = 0 \quad (1)$$

$P_i$  : Değirmen ürünündeki  $i$  tane boyutundaki malzeme akışı (ton/saat)

$f_i$  : Değirmen beslemesindeki  $i$  tane boyutundaki malzeme akışı (ton/saat)

$a_{ij}$  :  $j$  fraksiyonundaki malzemenin kırılması sonucu  $i$  fraksiyonuna geçen oran

$r_i$  :  $i$  tane boyutundaki malzemenin kırılma hızı (1/saat)

$d_i$  :  $i$  tane boyutundaki malzemenin taşınma hızı (1/saat)

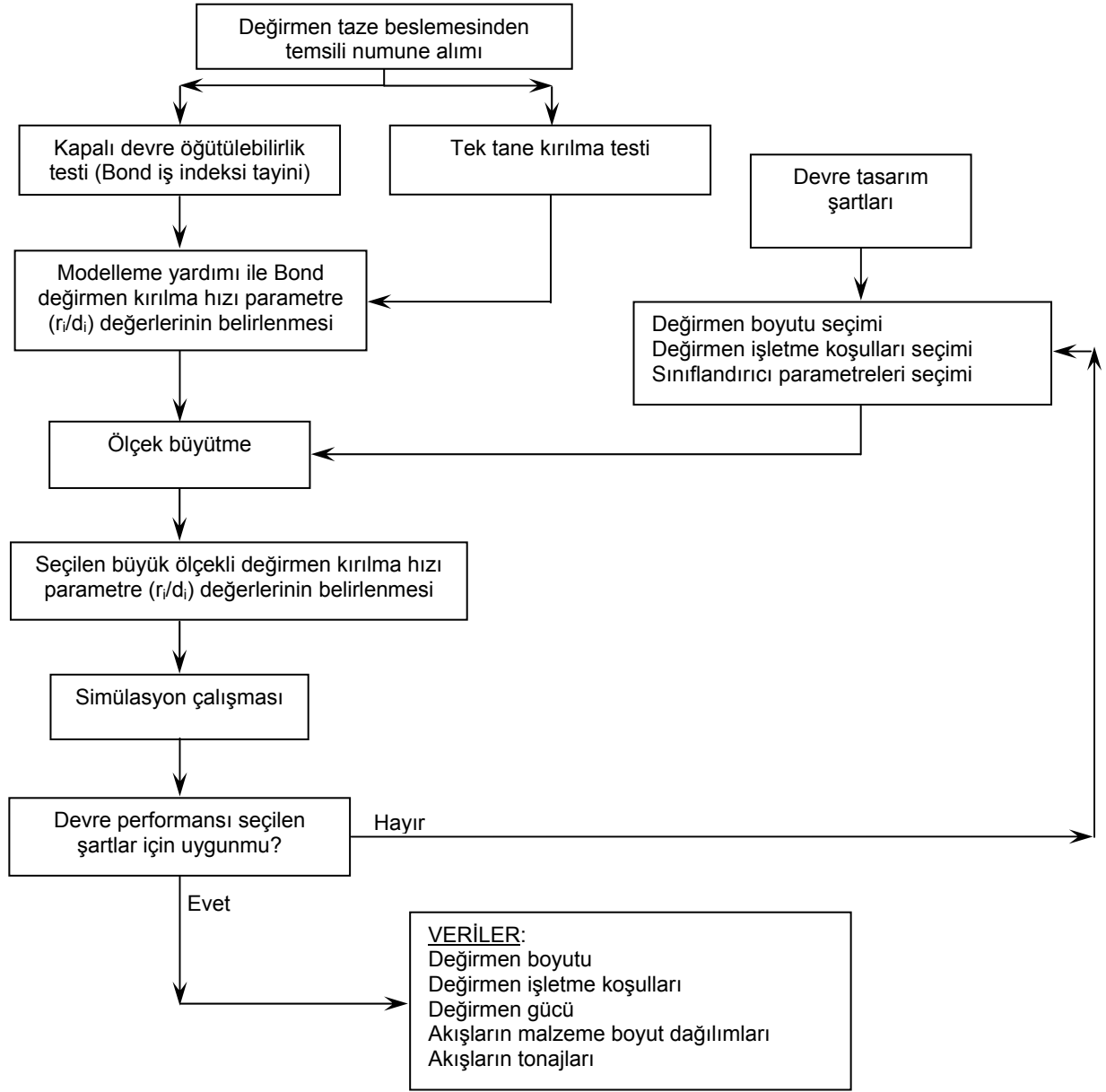
$r_i/d_i$  : Kırılma hızı parametresi

$$\frac{(r/d)_{\text{büyük ölçekli değ.}}}{(r/d)_{\text{lab. ölçekli değ.}}} = \frac{(P_{\text{net}} \times Q^{-1} \times f(D_b))_{\text{büyük ölçekli değ.}}}{(P_{\text{net}} \times Q^{-1} \times f(D_b))_{\text{lab. ölçekli değ.}}} \quad (2)$$

$f(D_b)$  : En büyük bilya boyuna bağlı bir fonksiyon

$P_{\text{net}}$  : Öğütücü ortamın çektiği güç (net güç), (kWh/t)

$Q$  : Değirmen beslemesi hacimsel akış hızı, ( $m^3$ /saat)



Şekil 1. Morrell ve Man (1997) ölçek büyütme yönteminin şematik gösterimi

Morrell ve Man (1997) önerdikleri bu yaklaşımı, 30-1000 t/saat arasında malzeme beslenen, % 24-31 oranında şarjın yapıldığı, 1,85-6,58 metre arasında çapları, 3,62-10,12 metre arasında boyları değişen, güç değerleri 90-8800kW arasında olan ve yaş öğütme yapan 16 adet boğazdan taşmalı bilyalı değirmen ve öğütme devrelerinden alınan verilerle doğrulamışlardır.

### 3. TESİS ÖRNEKLEME, DENEYSEL ÇALIŞMALAR VE SONUÇLARI

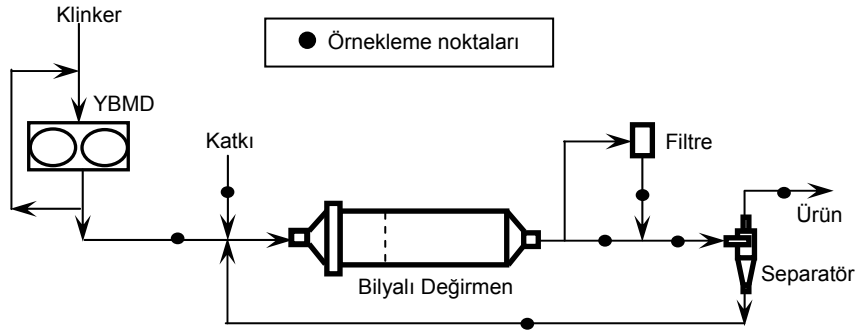
Bu çalışmada, çimento öğütme devrelerinin beslemelerinden alınan örnekler üzerinde yapılan Bond öğütülebilirlik testi sonuçları kullanılarak modelleme çalışmaları yürütülmüş, Morrell ve Man (1997) yaklaşımına göre ölçek büyütme hesapları yapılarak devrelerin performansı tahmin edilmiştir. Devrelerde yürütülen örnekleme çalışmaları ile devrelerin mevcut performansı belirlenmiş ve hesaplanan

performansla karşılaştırılmıştır. Devrelerdeki havalı sınıflandırıcılar ve ara bölme ızgaralarının modelleri tesis verileriyle oluşturulmuştur.

A Öğütme Tesisi, C Öğütme Tesisi, B Çimento Fabrikası, D Çimento Fabrikası ve E Çimento Fabrikası'ndaki farklı 8 çimento öğütme devresinde ve devrelerdeki bilyalı değirmenler üzerinde örnekleme çalışması yapılmıştır. Devreler kararlı durumda çalışırken bilyalı değirmen taze beslemelerinden, öğütme devrelerindeki havalı, lastik ya da çelik bantlarla malzeme taşınan diğer akış kollarından ve ani duruş esnasında da değirmenlerin içerisinden numuneler alınmıştır. Ani duruş, sistem dengede iken tüm ekipmanlar ani olarak durdurularak yapılmış ve değirmen içi örnekleme çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Değirmen içerisinin

örnekleme işlemi, hem temsili numune alınabilmesini hem de yüzey etkilerinin azaltılabilmesi için birinci ve ikinci kamarada değirmen eksenini boyunca belirli derinlikte ve belirli aralıklarla gerçekleştirilmiştir. Örneklenen devrelerin tipik bir akım şeması ve örnek alma noktaları Şekil 2'de sunulmaktadır.

Aynı zamanda, örnekleme yapıldığı dönem içerisinde, kontrol odasından devre ekipmanlarının işlem değişkenleri ve devre kollarındaki akışlar sürekli takip edilmiş ve o andaki bilgiler kaydedilmiştir. Daha sonra, ekipman tasarım değerleri de bu bilgilere eklenmiştir. Örnekleme çalışması yapılan değirmenlere ait tasarım ve işletme değişkenleri Çizelge 1'de verilmektedir.



Şekil 2. Örneklenen devrelerin tipik bir akım şeması ve örnek alma noktaları

Çizelge 1. Örneklenen Değirmenlerin Tasarım ve İşletme Değişkenleri

Değirmen çapı	3,20 m – 4,80 m
Değirmen boyu	8,33 m – 14,25 m
Değirmen 1. kamara uzunluğu	3,15 m – 4,25 m
Değirmen 2. kamara uzunluğu	5,18 m – 10,00 m
Değirmen dönüş devir sayısı	14,87 dev/dk - 17,34 dev/dk
Değirmen kritik hız oranı	% 71,89 - % 77,02
Değirmen 1. kamara şarj oranı	% 26,61 - % 32,89
Değirmen 2. kamara şarj oranı	% 26,21 - % 34,90
Değirmen 1. kamarasındaki en büyük bilya çapı	80 mm - 100 mm
Değirmen 2. kamarasındaki en büyük bilya çapı	20 mm - 60 mm
Devre taze besleme tonajı	38,20 t/saat – 158,90 t/saat
Malzeme yoğunluğu	2,89 t/m <sup>3</sup> – 3,10 t/m <sup>3</sup>
Malzeme iş indeksi	12,89 – 18,38 kWh/t

Alınan tüm numunelerin boyut dağılımları, elek ve lazerli tane boyu ölçüm cihazı kullanılarak belirlenmiştir. Tane boyu dağılımları belirlenirken içerisinde iri tane bulunan numuneler, eleme hatalarını en aza indirmek için, 9,5 mm'nin

altına kadar tümüyle elenmiştir. 9,5 mm'nin altındaki malzemeden numune alınarak, 212 µm'ye kadar  $\sqrt{2}$  serisinde elekler kullanılarak, elek analizi yapılmış ve 212 µm'nin altındaki malzemenin boyut dağılımı ise, lazerli tane boyu

ölçüm cihazında lazer kırınım yöntemiyle belirlenmiştir.

Ölçülen besleme tonajı ve malzeme boyut dağılımları kullanılarak madde denkliği çalışmaları yürütülmüştür. JKSimMet bilgisayar programı kullanılarak akış kollarındaki malzeme tonajları hesaplanmıştır. Programda her akış kolu için yapılması muhtemel hatanın yansıtılması, standart sapma değerleri ile yapılmaktadır. Çözüm, hata kareleri toplamının minimum değere ulaştığı noktada sağlanmaktadır.

Hesaplamaların ilk aşamasını oluşturan laboratuvar ölçekli Bond bilyalı değirmen kırılma hızı parametre değerlerinin ( $r_i/d_i$ ) (Eşitlik 1) belirlenebilmesi için gerekli verilerin elde edilmesi amacıyla, değirmen taze beslemelerinden alınan numuneler kullanılarak, Bond laboratuvar değirmeninde TSE 7700'de şartları belirtilen standart kapalı devre öğütülebilirlik testleri yapılmıştır. Test sırasında Bond değirmenin %250 devreden yükle dengeye geldiği son çevrimde, değirmen besleme ve ürün tane boyu dağılımları belirlenmiştir. Çizelge 2'de verilen değirmen besleme malzemelerinin iş indeksi değerleri sunulmaktadır.

Çizelge 2. Değirmen Beslemeleri İş İndeksi Değerleri

Numune Yeri	İş İndeksi (kWh/ton)
A Öğütme Tesisi	15,46
B Çimento Fabrikası 3 No'lu Öğütme Devresi	14,10
C Öğütme Tesisi	18,38
D Çimento Fabrikası 2 No'lu Öğütme Devresi	14,80
E Çimento Fabrikası 1 No'lu Öğütme Devresi	14,76
E Çimento Fabrikası 2 No'lu Öğütme Devresi	14,46
E Çimento Fabrikası 3 No'lu Öğütme Devresi	12,89
E Çimento Fabrikası 4 No'lu Öğütme Devresi	13,86

#### 4. HESAPLAMALAR

Bond bilyalı değirmen öğütülebilirlik testinin son çevriminde belirlenen değirmen besleme ve ürün boyut dağılımları ve Broadbent ve Calcott kırılma dağılım fonksiyonu (Lynch, 1977) kullanılarak tüm numuneler için kırılma hızı parametre değerleri ( $r_i/d_i$ ), JK SimMet yazılımının büküm (spline) fonksiyonunun doğrusal olmayan regresyonuna dayanan bir dizge ile belirlenmiştir. Modelleme çalışmaları sonucu deneysel olarak ölçülen ve tahmin edilen tane boyu dağılımları Şekil 3'te sunulmaktadır. Şekilde de görülebileceği gibi mükemmel karışım modeli kullanılarak Bond bilyalı değirmeninde gerçekleşen öğütme başarıyla modellenmiştir. Şekil 4'te ise, elde edilen kırılma hızı parametre değerlerinin tane boyu ile değişimi sunulmaktadır. Daha sonra, ölçek büyütme işlemleri için Man (2000) tarafından geliştirilen matematiksel ifadeler kullanılarak Bond ve tesis ölçekli değirmen arasındaki işletme ve tasarım farklılıklarını yansıtan farklı ölçek büyütme katsayı değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

##### 1. katsayı değerleri

Bu değer, her iki değirmendeki her bir fraksiyondaki karakteristik bilya boyu yüzey alanı üzerine düşen tane sayılarının belirlenmesi ve bu değerlerin oranlanmasıyla bulunmaktadır.

Değirmende bulunan bilyaların toplam hacmi:

$$V_b = J_t \cdot (1 - \mu) \cdot V \quad (3)$$

$V$  : Değirmen hacmi ( $m^3$ )

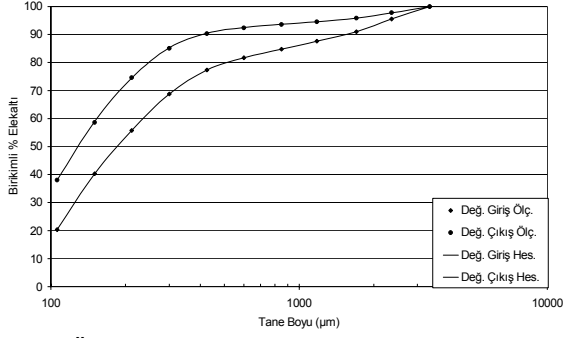
$V_b$  : Değirmenki bilyaların toplam hacmi ( $m^3$ )

$J_t$  : Değirmen şarj oranı

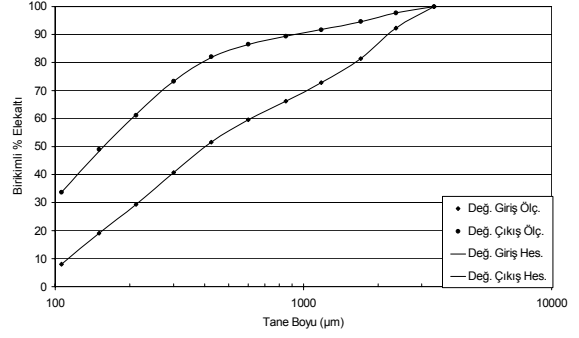
$\mu$  : Değirmen şarjındaki boşluk oranı (bilgi yoksa 0.4 alınır)

Değirmendeki toplam bilya sayısı biliniyorsa, karakteristik bilya boyu Eşitlik 4 ile belirlenmektedir. Bond bilyalı değirmende toplam bilya sayısı 285 adettir ve bu yolla karakteristik bilya boyu belirlenmektedir.

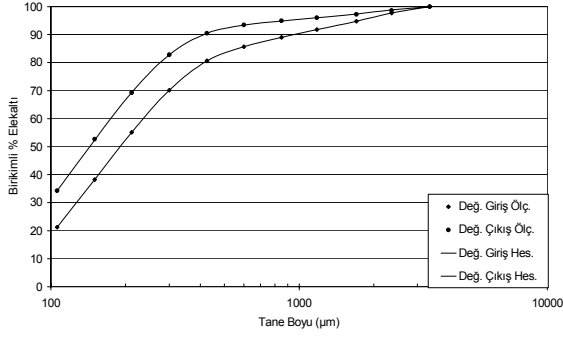
$$D_c = \left[ \frac{6 r^2 \cdot L \cdot J_t \cdot (1 - \mu)}{n} \right]^{1/3} \quad (4)$$



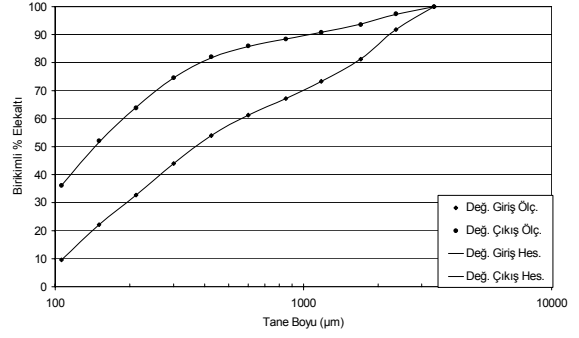
a – A Öğütme Tesisi



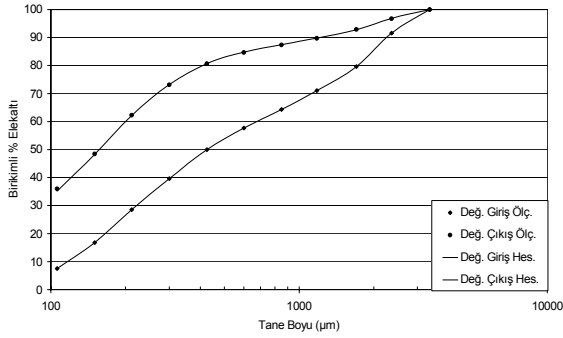
e – E Çimento Fabrikası 1 No'lu öğütme devresi



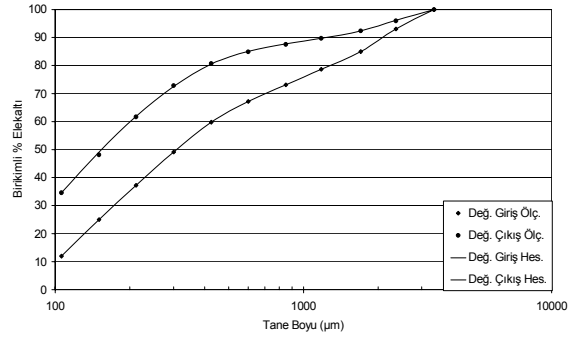
b – B Çimento Fabrikası 3 No'lu öğütme devresi



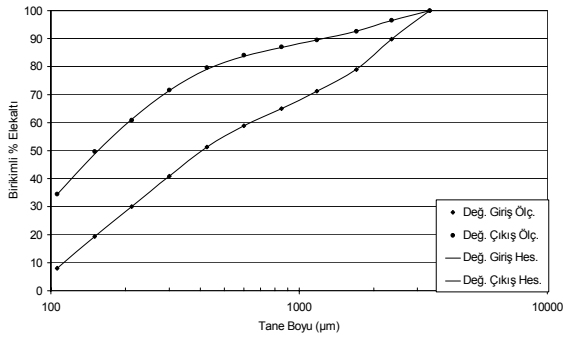
f – E Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresi



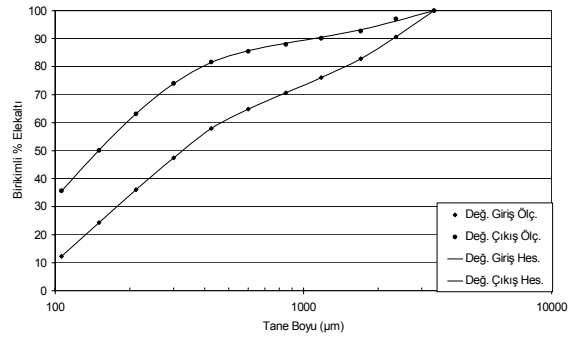
c – C Öğütme Tesisi



g – E Çimento Fabrikası 3 No'lu öğütme devresi

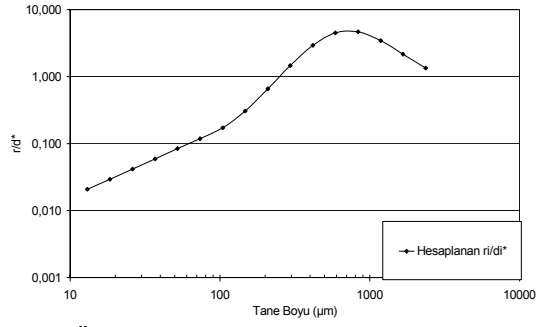


d – D Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresi

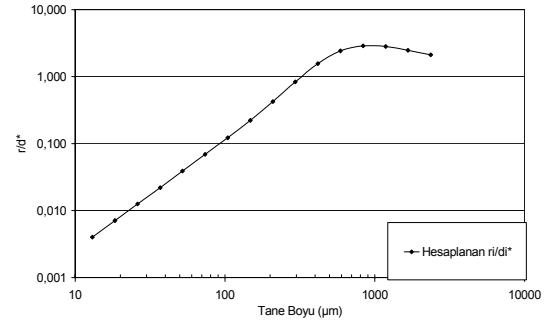


h – E Çimento Fabrikası 4 No'lu öğütme devresi

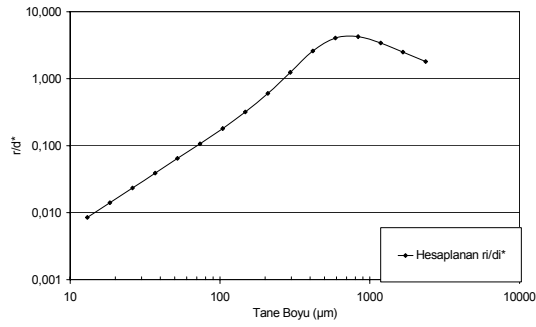
Şekil 3. Modelleme çalışmaları sonucu tahmin edilen ve deneysel olarak ölçülen Bond bilyalı değirmen tane boyu dağılımları



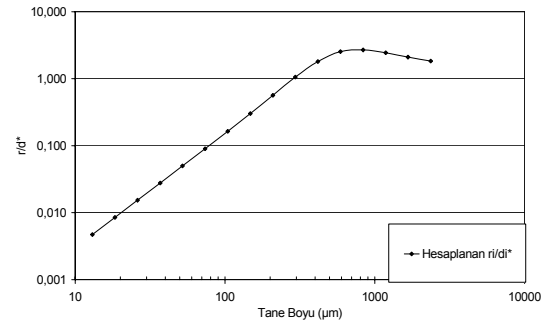
a – A Öğütme Tesisi



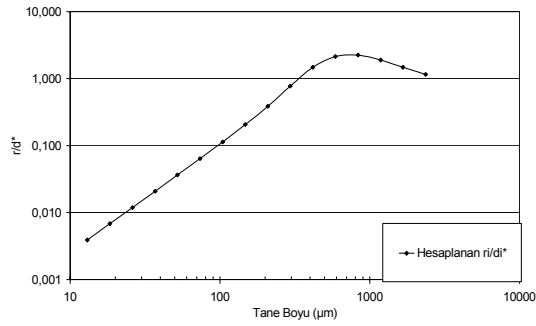
e – E Çimento Fabrikası 1 No'lu öğütme devresi



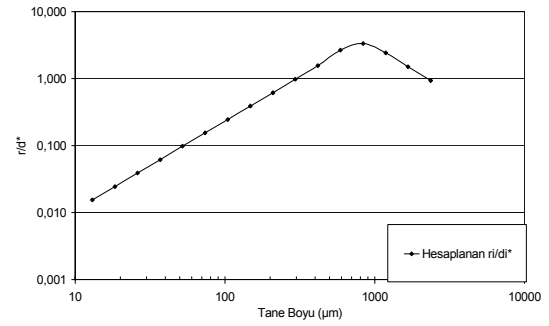
b – B Çimento Fabrikası 3 No'lu öğütme devresi



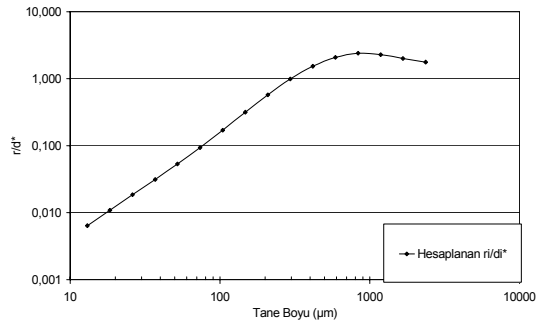
f – E Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresi



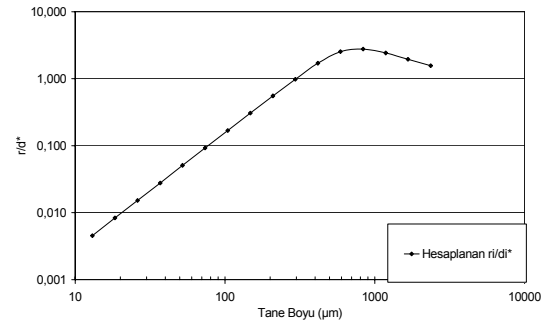
c – C Öğütme Tesisi



g – E Çimento Fabrikası 3 No'lu öğütme devresi



d – D Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresi



h – E Çimento Fabrikası 4 No'lu öğütme devresi

Şekil 4. Bond bilyalı değirmen için hesaplanan kırılma hızı parametre ( $r_i/d_i$ ) değerlerinin tane boyu ile değişimi



$D_c$  : Karakteristik bilya boyu (m)  
 $n$  : Değirmendeki toplam bilya sayısı

Büyük ölçekli değirmenlerde toplam bilya sayısı bilinmemektedir. Bu durumda, değirmendeki toplam bilya sayısı bilinmiyorsa, daha farklı bir yolla karakteristik bilya boyu belirlenmektedir. Değirmendeki en büyük bilya boyu ile en küçük bilya boyu arası  $\sqrt{2}$  serisine göre fraksiyonlara ayrılmakta ve bilya fraksiyon sayısı,  $n_f$ , belirlenmektedir. Daha sonra bu fraksiyonların geometrik ortalamalarının üçüncü derece kuvvetleri toplamı alınarak  $\sum_{i=D_i}^{i=D_t} X_i^3$  değeri

hesaplanmaktadır. Karakteristik bilya boyu Eşitlik 5 ile belirlenmektedir.

$$D_c = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=D_i}^{i=D_t} X_i^3}{n_f}} \quad (5)$$

$D_t$  : En büyük bilya çapı (m)  
 $D_i$  : En küçük bilya çapı (m)  
 $n_f$  : Bilya fraksiyon sayısı  
 $X_i$  : Fraksiyonların geometrik ortalaması

Karakteristik bilya boyu yüzey alanı:

$$A_c = \frac{\pi}{4} \cdot D_c^2 \quad (6)$$

Karakteristik bilya boyu yüzey alanına düşen tane sayısı:

$$n_i = \frac{A_c}{A_i} \quad (7)$$

$n_i$  : Karakteristik bilya boyu yüzey alanı üzerine düşen tane sayısı  
 $A_c$  : Karakteristik bilya boyu yüzey alanı ( $m^2$ )  
 $A_i$  : i fraksiyonundaki tanenin yüzey alanı ( $m^2$ )

## 2. katsayı değerleri

Her tane boyu için farklı olan 2. katsayı değerleri, her iki değirmenin taze beslemelerinin % ağırlıklarının oranlanmasıyla elde edilmektedir.

## 3. katsayı değerleri

Bilya boyunun etkisinin yansıtılmasıyla elde edilen değerlerdir. Bu katsayının bulunması sırasında Napier-Munn vd. (1996)'daki eşitlikler kullanılmaktadır. Fakat, bazı farklılıklar bulunmaktadır. Napier-Munn vd. (1996) tarafından  $4,4 \times 10^{-4}$  olarak önerilen K değeri,  $1,37 \times 10^{-3}$  olarak alınmış ve maksimum bilya

değeri yerine karakteristik bilya boyu değeri kullanılmıştır. Karakteristik bilya boylarının kıracağı maksimum tane boyu aşağıdaki eşitlikler ile belirlenmektedir.

$$X_{ms} = K \times D_c^2(Bond) \quad (8)$$

$$X_{ml} = K \times D_c^2(yeni) \quad (9)$$

Bu çalışmada,  $X_{ms}$  değeri 1,02 mm,  $X_{ml}$  değeri ise, 6,23 mm bulunmaktadır.  $X_{ms}$  noktasının altında kalan kırılma hızı değerleri, 1 ile,  $X_{ml}$  noktasının üstünde kalan kırılma hızı değerleri, Eşitlik 10 ile belirlenen faktör ile çarpılır. Bu değer, büyük ölçekli değirmen karakteristik bilya boyu ile Bond değirmen karakteristik bilya boyu değerlerinin oranının karesinin alınmasıyla elde edilen darbeye kırma faktörüdür.  $X_{ms}$  ve  $X_{ml}$  arasında kalan faktör değerleri ise, büküm fonksiyonu yardımıyla bulunarak kırılma hızı değerlerine yansıtılmaktadır.

$$\frac{r/d_{yeni}}{r/d_{Bond}} = \left( \frac{D_c(yeni)}{D_c(Bond)} \right)^2 \Rightarrow \text{tane boyu} > X_{ml} \quad (10)$$

$D_c(Bond)$  : Bond değirmen için belirlenen karakteristik bilya boyu (mm)  
 $D_b(yeni)$  : Büyük değirmen (yeni) için belirlenen karakteristik bilya boyu (mm)  
 $X_{ms}$  : Bond değirmen için belirlenen karakteristik bilya boyuna göre kırılma hızı parametresi dağılım eğrisinde oluşan pik noktası (mm)  
 $X_{ml}$  : Büyük değirmen (yeni) için belirlenen karakteristik bilya boyuna göre kırılma hızı parametresi dağılım eğrisinde oluşan pik noktası (mm)

## 4. katsayı değerleri

Her iki değirmende bilyanın bir kırılma bölgesinden diğer kırılma bölgesine ulaşmasına kadar geçen sürenin, değirmenlerdeki toplam bilya sayılarının ve Bond bilyalı değirmen malzeme akış miktarının belirlenmesi ve bu değerlerin oranlanmasıyla elde edilmektedir.

Büyük ölçekli değirmendeki toplam bilya sayısı:

$$n = \frac{6 n_f \cdot V_b}{\pi \cdot \left[ \sum_{i=D_i}^{i=D_t} X_i^3 \right]} \quad (11)$$

Bilyanın bir kırılma bölgesinden diğer kırılma bölgesine ( $D_c$  çaplı karakteristik bilyanın kendi çapı kadar katettiği mesafe) ulaşana kadar geçen süre, Eşitlik 12 ile belirlenmektedir.

$$t = \frac{D_c}{\Delta V} \quad (12)$$

$\Delta V$  : Bilya tabakası başına ortalama çevresel hız azalması ( $m/s^{-1}$ )

$t$  : Bilyanın bir kırılma bölgesinden diğer kırılma bölgesine ulaşana kadar geçen süre (s)

$$\Delta V = \Delta \bar{N} \cdot C_r \quad (13)$$

$\Delta \bar{N}$  : Bilya tabakası başına ortalama dönüş hızı azalması (dev/s)

$C_r$  : r yarıçaplı değirmenin dairesel çevresi (m)

$$\Delta \bar{N} = \frac{N_r \cdot z \cdot \gamma}{1 - z \cdot \left(\frac{r_i}{r}\right)} \quad (14)$$

$N_r$  : Yükün merkezinin dönüş hızı (dev/s)

$z$  :  $(1 - J_{tr})^{0.4532}$

$J_{tr}$  : r yarıçaplı değirmen şarj oranı

$r_i$  : Yük iç yüzeyinin merkeze olan uzaklığı (m) (Morrell (1992) güç modelinden belirlenmektedir)

$\gamma$  : Kayma parametresi,  $\left(\frac{D_c}{r}\right)$

Bond bilyalı değirmendeki malzeme akış miktarı:

$$Q_{Bond} = \frac{0,0007}{\text{son devir süresi}} \quad (15)$$

$Q_{Bond}$  : Bond değirmendeki malzeme akış miktarı ( $m^3/s$ )

Tüm bu işlemler sonucunda 4. katsayı değerleri Eşitlik 16 ile belirlenmektedir.

$$4.\text{katsayı değerleri} = \frac{\left(\frac{n_{Bond}}{t_{Bond} \cdot Q_{Bond}}\right)}{\left(\frac{n_{büy.ölç.de.ğ.}}{t_{büy.ölç.de.ğ.}}\right)} \quad (16)$$

Whiten (1974)'in mükemmel karışım modeli, yaş öğütme sistemlerinde başarıyla uygulama alanı bulmuş bir model yapısıdır (Napier-Munn vd., 1996). Çimento öğütmede kullanılan kamaralı bilyalı değirmenlerin iki veya daha fazla kamaradan oluşması, kamaralar arasındaki ızgara, değirmen boy-çap oranı gibi bazı tasarım farklılığı nedeniyle yaş bilyalı değirmen model yaklaşımlarından farklı bir yaklaşımla modellenmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Bu amaçla, kamaralı bilyalı değirmenler Benzer (2000) tarafından önerildiği gibi modellenmiştir. Buna göre; ara bölme ızgarası elek, ilk kamara seri halde ve son kısmı elekli kapalı devre çalışan, iki mükemmel karışimli bilyalı değirmen ve ikinci kamara ise, tek mükemmel karışimli bilyalı değirmen olarak düşünülüp, ölçek büyütme ve diğer işlemler bu model yapısına göre gerçekleştirilmiştir. Ara bölme ızgarası ve devrede kullanılan havalı sınıflandırıcılar örnekleme sonucu elde edilen veriler kullanılarak Whiten'in partiyon eğrisi modeli kullanılarak modellenmiştir. Daha detaylı bilgi literatürde verilmektedir (Benzer vd., 2000; Lynch vd., 2000 ve Benzer vd., 2001).

Morrell ve Man (1997) yöntemiyle D Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresindeki bilyalı değirmen için yapılan ölçek büyütme işlemini sayısal olarak açıklayan örnek bir çalışma Çizelge 4'te, hesaplamalar için gerekli bilgiler ise, Çizelge 3'te verilmektedir.

Çizelge 3. Ölçek Büyütme İşlemi İçin Gerekli Malzeme ve Değirmenlerin Özellikleri

Büyük ölçekli değirmen çapı	3,27 m
Büyük ölçekli değirmen 1. kamara 1. ve 2. değirmen uzunluğu	2,80 m - 0,80 m
Büyük ölçekli değirmen 2. kamara uzunluğu	7,00 m
Büyük ölçekli değirmen devir sayısı ve kritik hız oranı	17 dev/dk - % 72,67
Büyük ölçekli değirmen 1. ve 2. kamara şarj oranı	% 29,80 - % 27,20
Büyük ölçekli değirmen 1. kamara en büyük ve en küçük bilya çapı	90 mm - 50 mm
Büyük ölçekli değirmen 2. kamara en büyük ve en küçük bilya çapı	50 mm - 20 mm
Bond bilyalı değirmen çapı ve uzunluğu	0,305 m - 0,305 m
Bond bilyalı değirmen kritik hız oranı	% 88,78
Bond bilyalı değirmen şarj oranı	% 22,70
Bond bilyalı değirmen toplam bilya sayısı	285 adet
Bond bilyalı değirmen son periyot devir sayısı ve süresi	241 devir - 0,05907 saat
Malzeme yoğunluğu	2,93 t/m <sup>3</sup>

Çizelge 4. D Çimento Fabrikası 2 No'lu Öğütme Devresi İçin Morrell ve Man (1997) Ölçek Büyütme Yöntemi İle Bond Bilyalı Değirmen Kırılma Hızı Parametre Değerlerinden Büyük Ölçekli Değirmen Kırılma Hızı Parametre Değerlerinin Belirlenmesi

Tane Boyu (mm)	Bond Bilyalı Değ. Girişi (% ağırlık)	Bond Bilyalı Değ. Çıkışı (% ağırlık)	Bond Bilyalı Değirmen $r_i/d_i^*$	Katsayı (1)	Yeni $r_i/d_i^*$	Tane Boyu (mm)	Bond Bilyalı Değ. Taze Besleme (%ağırlık)	Büyük Ölçekli Değ. Taze Besleme (%ağırlık)	Katsayı (2)	Yeni $r_i/d_i^*$	Katsayı (3)	Yeni $r_i/d_i^*$	Katsayı (4)	Yeni $r_i/d_i^*$
38,000	-	-	-	-	-	38,000	-	2,47	-	0,014	6,1008	0,086	5,242	0,016
25,000	-	-	-	-	-	25,000	-	12,09	-	0,059	6,1008	0,359	5,242	0,069
19,000	-	-	-	-	-	19,000	-	11,86	-	0,158	6,1008	0,967	5,242	0,184
13,200	-	-	-	-	-	13,200	-	12,93	-	0,501	6,1008	3,058	5,242	0,583
9,500	-	-	-	-	-	9,500	-	12,42	-	1,514	6,1008	9,234	5,242	1,762
6,700	-	-	-	-	-	6,700	-	10,27	-	4,467	6,1008	27,251	5,242	5,199
4,750	-	-	-	-	-	4,750	-	7,51	-	11,482	4,1000	47,074	5,242	8,981
3,350	-	-	-	-	-	3,350	-	5,99	-	24,491	2,7800	68,084	5,242	12,989
2,360	10,22	3,42	1,77000	6,1008	10,798	2,360	23,32	4,93	4,73	51,078	1,9500	99,602	5,242	19,002
1,700	10,78	4,04	2,01000	6,1008	12,263	1,700	21,32	3,49	6,11	74,896	1,3800	103,357	5,242	19,718
1,180	7,74	3,04	2,29000	6,1008	13,971	1,180	14,91	2,76	5,40	75,493	1,1418	86,197	5,242	16,444
0,850	6,20	2,46	2,40000	6,1008	14,642	0,850	9,42	2,22	4,24	62,119	1,0322	64,120	5,242	12,232
0,600	6,16	2,92	2,09000	6,1008	12,751	0,600	6,42	1,81	3,55	45,233	1,0000	45,233	5,242	8,629
0,425	7,61	4,45	1,54000	6,1008	9,395	0,425	4,77	1,51	3,16	29,709	1,0000	29,709	5,242	5,668
0,300	10,39	8,00	0,98660	6,1008	6,019	0,300	3,97	1,35	2,94	17,710	1,0000	17,710	5,242	3,379
0,212	10,90	10,80	0,57490	6,1008	3,507	0,212	2,86	0,97	2,95	10,335	1,0000	10,335	5,242	1,972
0,150	10,59	11,21	0,31590	6,1008	1,927	0,150	2,61	0,74	3,53	6,797	1,0000	6,797	5,242	1,297
0,106	11,40	15,17	0,17010	6,1008	1,038	0,106	2,04	0,81	2,52	2,620	1,0000	2,620	5,242	0,500
0,075	6,10	11,52	0,09317	6,1008	0,568	0,075	2,13	0,79	2,70	1,534	1,0000	1,534	5,242	0,293
0,053	0,44	5,18	0,05344	6,1008	0,326	0,053	1,44	0,70	2,05	0,669	1,0000	0,669	5,242	0,128
0,038	0,58	5,61	0,03141	6,1008	0,192	0,038	1,23	0,56	2,19	0,419	1,0000	0,419	5,242	0,080
-0,038	0,88	12,19				-0,038	3,56	1,82						

## 5. ÖLÇEK BÜYÜTME ÇALIŞMALARININ SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Ölçek büyütme işlemiyle büyük ölçekli değirmen ile Bond değirmen arasındaki işletme ve tasarım farklılıkları Bond değirmeninin kırılma hızı parametre değerlerine ( $r_i/d_i$ ) yansıtılmış ve büyük ölçekli değirmenlerin kırılma hızı parametre değerleri ( $r_i/d_i$ ) bulunmuştur. Ölçek büyütme işlemi sonucunda büyük ölçekli değirmenler için belirlenen kırılma hızı parametre değerleri ( $r_i/d_i$ ), Broadbent ve Calcott kırılma dağılım fonksiyonu ( $a_{ij}$ ), diğer ekipman (separatör, ara bölme ızgara) parametreleri ve büyük ölçekli değirmen taze beslemesi tane boyu dağılımları kullanılarak simülasyon yoluyla öğütme devreleri akış kollarındaki malzeme boyut dağılımları ve malzeme akış miktarları belirlenmiştir. Sonuçta, hesaplanan değerler ile tesislerden ölçülen tane boyut dağılımlarının karşılaştırılması Şekil 5'te, devreden yük tonajlarının karşılaştırılması ise, Çizelge 5'te verilmektedir.

A Öğütme Tesisi, C Öğütme Tesisi ve D Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresindeki bilyalı değirmenlerde bu önerilen modelleme yaklaşımıyla tahmin edilen boyut dağılımları kabul edilebilir sonuçlar verirken, diğer tesislerdeki değirmenler için yapılan tahminlerin yetersiz olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarak devreden yük tonajlarında da benzer eğilim izlenmektedir. Tüm tesislerdeki değirmenler için hesaplanan devreden yük tonajları ölçülen değerlerden yüksek çıkmıştır.

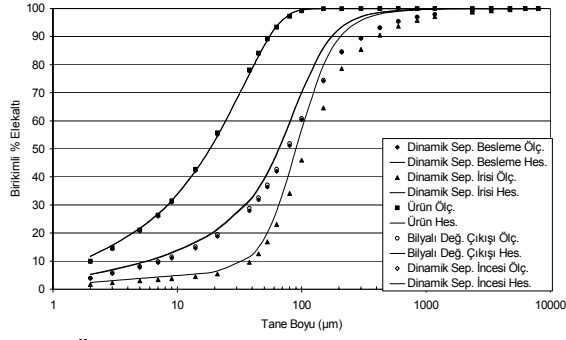
Morrell ve Man'ın örnekleme çalışması yaptıkları, verilerini kullandıkları ve ölçek büyütme eşitliklerini geliştirdikleri değirmenler cevher hazırlama tesislerinde çalışan ve malzeme boyut

küçültme oranı kamaralı bilyalı değirmenlerdeki kadar yüksek olmayan yaş öğütme yapan değirmenlerdir. Klinker öğütme devrelerinde kullanılan kamaralı bilyalı değirmenlerle yaş öğütmede kullanılan bilyalı değirmenler arasında bazı temel tasarım farklılıkları bulunmaktadır. Farklı boyda bilyaların bulunduğu kamaraları birbirinden ayıran ve yeterli inceliğe ulaşmamış tanelerin ikinci kamaraya geçişini engelleyen kamaralar arasındaki ızgara, kamaralardaki farklı boyda bilya kullanımı ve değirmen uzunluğu en önemli tasarım farklılıklarıdır. Ayrıca, yaş değirmenlerde malzemenin değirmenden taşınımı ve çıkışı daha kolay olmakta, kuru kamaralı bilyalı değirmenlerde ise, topaklanma ve sıvanma malzeme taşınımını zorlaştırmakta ve malzeme kırılma hızında değişimlere sebep olabilmektedir.

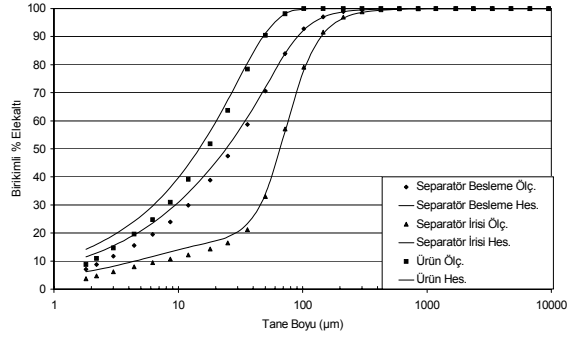
Morrell ve Man (1997) yaklaşımındaki ölçek büyütme için geliştirilen eşitlikler, bilyanın taneye verdiği enerjiyi tanımlamakta ve yaş öğütme için geçerli olmaktadır. Kuru öğütme için yaştan daha fazla enerji harcanmaktadır. Dolayısıyla, kuru öğütme için yapılan bu çalışmadaki hesaplamalarda, bu durum kırılma hızında artış olarak ortaya çıkmaktadır. Bilya boyunun etkisinin yansıtılmasında kullanılan eşitliklerin fazla sayıda endüstriyel veriye dayanmaması, indirgeme oranının yüksek olması ve hava hızının malzeme taşınımındaki etkisinin bilinmemesi, önerilen bu yaklaşımın kamaralı bilyalı değirmen tasarımında uygulanabilirliğini engelleyen olumsuz etkenler olarak sayılabilir. Ayrıca klinker için kırılma dağılım fonksiyonu sistematik olmayan bir biçimde tane boyuna bağlıdır (Genç vd., 2004). Bunun da diğer bir neden olduğu düşünülmektedir.

Çizelge 5. Yapılan Deneysel Çalışmalar ve Hesaplamalar Sonucunda Ölçülen ve Morrell ve Man (1997) Yöntemiyle Belirlenen Değirmen Devreden Yük Tonajları

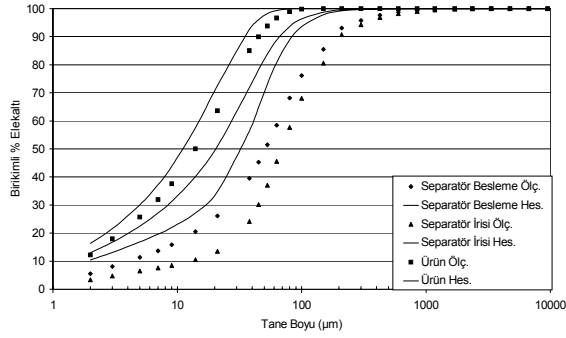
Numune Yeri	Ölçülen Devreden Yük Tonajı (t/s)	Morrell ve Man (1997) Yöntemi ile Hesaplanan Devreden Yük Tonajı (t/s)	Hata Değeri %
A Öğütme Tesisi	282,67	259,67	-8,14
B Çimento Fabrikası 3 No'lu Öğütme Dev.	261,91	128,17	-51,06
C Öğütme Tesisi	101,08	94,97	-6,04
D Çimento Fabrikası 2 No'lu Öğütme Dev.	31,44	27,42	-12,79
E Çimento Fabrikası 1 No'lu Öğütme Dev.	20,21	19,61	-2,97
E Çimento Fabrikası 2 No'lu Öğütme Dev.	33,97	25,1	-26,11
E Çimento Fabrikası 3 No'lu Öğütme Dev.	64,55	38,76	-39,95
E Çimento Fabrikası 4 No'lu Öğütme Dev.	383,98	211,45	-44,93



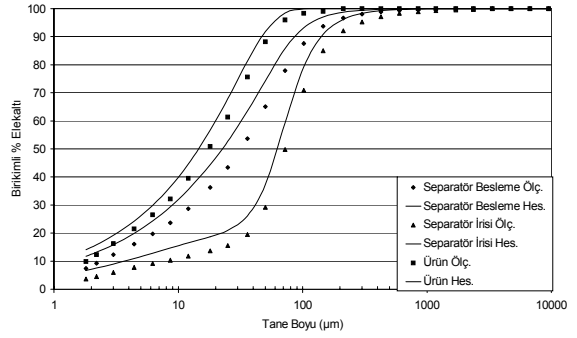
a – A Öğütme Tesisi



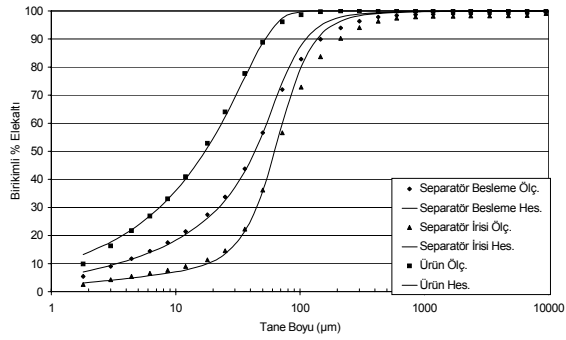
e – E Çimento Fabrikası 1 No'lu öğütme devresi



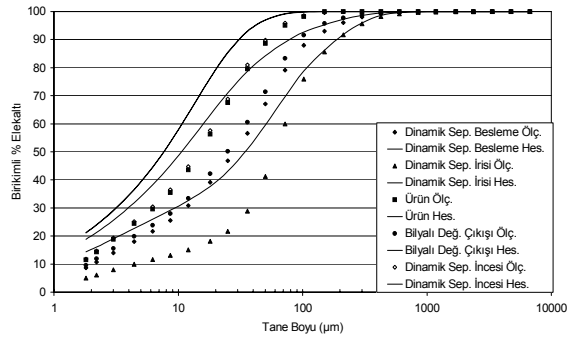
b – B Çimento Fabrikası 3 No'lu öğütme devresi



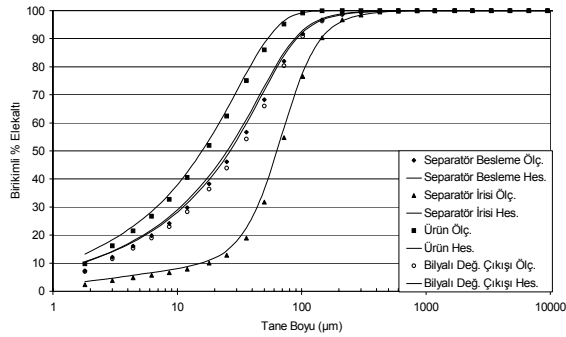
f – E Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresi



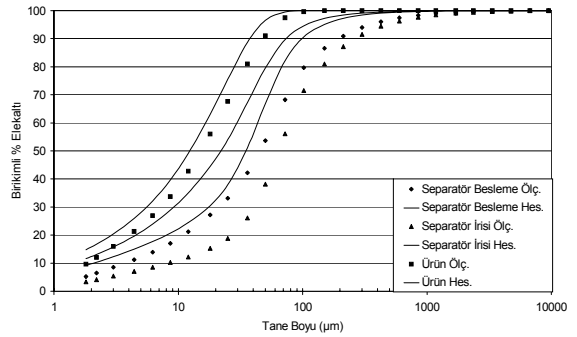
c – C Öğütme Tesisi



g – E Çimento Fabrikası 3 No'lu öğütme devresi



d – D Çimento Fabrikası 2 No'lu öğütme devresi



h – E Çimento Fabrikası 4 No'lu öğütme devresi

Şekil 5 Örneklenen devre akış kollarında ölçülen ve Morrell ve Man (1997) yöntemiyle hesaplanan tane boyu dağılımları

## 6. SONUÇ

Çalışmada, tesis verileri ile başarısı kanıtlanan ve yaş öğütmede kullanılan boğazdan taşmalı bilyalı değirmenlerin seçimi ve devre tasarımı için önerilen Morrell ve Man (1997) ölçek büyütme yöntemi, çimento öğütme devrelerinin tasarımında endüstriyel verilerle sınanmıştır.

Sonuç olarak, yöntemin kuru öğütmede kullanılan kamaralı bilyalı değirmen seçiminde ve devre tasarımında yetersiz olduğu sonucuna varılmıştır.

## KAYNAKLAR

- Austin, L. G., Klimpel, R. R. and Luckie, P. T., Rogers, R. S. C., 1982; Simulation of Grinding Circuits for Design, Design and Installation of Comminution Circuits, American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers Inc, New Jersey, Editor; Mular, A. L., Jergensen, G. V., Chapter 19, 301-324.
- Benzer, A. H., 2000; Klinker Öğütme Prosesinin Matematiksel Modellenmesi, Hacettepe Üniversitesi Maden Mühendisliği Anabilim Dalı Doktora Tezi, 2000.
- Benzer, H., Ergün, L., Öner, M. and Lynch A. J., 2001; Simulation of Open Circuit Clinker Grinding, Minerals Engineering, Volume 14, July 2001, 701-710.
- Benzer, H., L. Ergün, Lynch A. J., Öner, M., Günlü, A., Çelik, İ. B. and Aydoğan, N., 2001; Modelling Cement Grinding Circuits, Minerals Engineering, Volume 14, November 2001, 1469-1482.
- Bond, F. C., 1961; Crushing and Grinding Calculations, Part I, British Chemical Engineering, Volume 6, No. 6, 378-385.
- Bond, F. C., 1961; Crushing and Grinding Calculations, Part II, British Chemical Engineering, Volume 6, No. 8, 543-548.
- DPT, Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı Madencilik Özel İhtisas Komisyonu Raporu, Ankara, 2001.
- Fujimoto, S., 1993, Reducing Specific Power Usage in Cement Plant, World Cement, No. 7, 25-35.
- Genç, Ö., Ergün, L., Benzer, H., 2004; Single Particle Impact Breakage Characterization of Materials by Drop Weight Testing, Physicochemical Problems of Mineral Processing, Vol. 38, 241-255.
- Herbst, J. A., Fuerstenau, D. W., 1980; Scale-Up Procedure for Continuous Grinding Mill Design Using Population Balance Models, International Journal of Mineral Processing, 7, 1-31.
- Lynch, A. J., Öner, M., Benzer, A. H., 2000; Simulation of Closed Cement Grinding Circuit, ZKG INTERNATIONAL, Volume 53, No. 10/2000, 560-567.
- Lynch, A. J., 1977; Mineral Crushing and Grinding Circuits, Their Simulation, Optimization, Design and Control, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, 340.
- Man, Y. T., 2000; A Model-Based Procedure for Scale-Up of Wet, Overflow Ball Mills, Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre Department of Mining, Minerals and Materials Engineering, Degree of Doctor of Philosophy, The University of Queensland, February 2000.
- Man, Y. T., 2001; Model-Based Procedure for Scale-Up of Wet, Overflow Ball Mills, Part I: Outline of the Methodology, Minerals Engineering, Volume 14, No. 10, 1237-1246.
- Man, Y. T., 2001; Model-Based Procedure for Scale-Up of Wet, Overflow Ball Mills, Part II: Worked Example, Minerals Engineering, Volume 14, No. 10, 1247-1257.
- Man, Y. T., 2001; Model-Based Procedure for Scale-Up of Wet, Overflow Ball Mills, Part III: Validation and Discussion, Minerals Engineering, Volume 14, No. 10, 1259-1265.
- Morrell, S., Man, Y. T., 1997; Using Modelling and Simulation for the Design of Full Scale Ball Mill Circuits, Minerals Engineering, Volume 10, No. 12, 1311-1327.
- Napier-Munn, T. J., Morrell, S., Morrison, R. D., Kojovic, T., 1996; Mineral Comminution Circuits Their Operation and Optimisation, Editor; Napier-Munn, T. J, 413.
- Narayanan, S. S., 1986; Single Particle Breakage Tests: A Review of Principles and Application to Comminution Modelling,

Proceeding of the Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Volume **291**, 49-56.

Rowland, C. A., 1985; Ball Mills, SME Mineral Processing Handbook, American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers Inc, New York, Editor; Weiss, N. L., Section 3C.

Türk Standartları Enstitüsü, Öğütme İş İndeksi Tayini, TS 7700, Aralık 1989.

Viswanathan, K., Narang, K. C., 1988, Computer Simulation an Optimisation of Ball Mills/Circuits, World Cement, **19**, 143-148.

Whiten, W. J., 1974; A Matrix Theory of Comminution of machines, Chemical Engineering Science, Volume **29**, 589-599.

Whiten, W. J., Kavetsky, A., 1984; Studies on Scale-Up of Ball Mills, Minerals and Metallurgical Processing, May 1984, 23-28.

Zhang, Y., 1992, Simulation of Comminution and Classification in Cement Manufacture, Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre Department of Mining, Metallurgical Engineering, Degree of Doctor of Philosophy, The University of Queensland, 1992.

