

JEOİSTATİSTİKSEL TAHMİN İÇİN UYGUN TENOR DAĞILIM
MODELİNİN BELİRLENMESİ

Determination of the Appropriate Grade Distribution Model for Geostatistical Estimations

Abdülkerim PEKİN^(*)Adnan KONUK^(**)

Anahtar Sözcükler : Jeostatistik, Kriging Tahmin, Tenor Dağılım Modeli, Gümüşköy

ÖZET

Açık işletme üretim basamakları tenor tahminlerinin jeostatistiksel yöntemlerle yapılmasında, tenor dağılım modelinin doğru seçimi önemli bir husustur. Tenor dağılım modelinin klasik istatistiksel yöntemlerle seçimi, bazı maden yataklarında hatalı değerlendirmelere neden olabilmektedir. Bu gibi durumlarda, jeostatistiksel tahmin sonuçlarını karşılaştıran yöntemlerin kullanımı gerekmektedir.

Bu çalışma, Kütahya- Gümüşköy Gümüş Madeni açık işletmesindeki basamak tenor verileri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Basamak patlatma delikleri tenor verileri ele alınarak normal, lognormal ve üç parametrelili lognormal dağılım modeli parametreleri hesaplanmış, her üç dağılım modeli için kriging tahminleri yapılmıştır. Kriging tahminleri sonrasında uygun dağılım modelinin seçimi için kriging ağırlıklı hata yöntemi kullanılmıştır. Jeostatistiksel temele dayanan ve daha güvenilir olan kriging ağırlıklı hata yöntemine göre, üç parametrelili dağılım model parametreleri kullanılması ile daha az hatalı tenor tahminlerinin yapılabileceği belirlenmiştir.

ABSTRACT

It is important to choose the correct grade distribution model when the grade estimations of open pit production benches are made by geostatistical methods. Choosing the grade distribution models by classical statistical methods may cause erroneous assessments in some ore deposits. Under such circumstances, it is necessary to use the methods which compare the results of geostatistical estimations.

This study was carried out by using the bench grade data at Kütahya-Gümüşköy Open Pit Silver Mine. By taking the bench blast holes grade data into consideration normal, lognormal and three-parametres lognormal distribution model parametres were calculated, the kriging estimations were made for each of the three-distribution models. After the kriging estimations, the kriging weighted error method was used for choosing the appropriate distribution model. According to the kriging weighted error method, which is based on geostatistics and is more reliable, it was determined that less error bearing grade estimations could be made by using the parameters of the three-parametres distribution model. /

^(*) Öğr.Grv.Dr., Balıkesir Üniversitesi, Meslek Yüksek Okulu, Çağış-Balıkesir.

^(**) Prof.Dr., OGÜ, Müh. Mim. Fak. Maden Müh. Bölümü, 26030, Bademlik-Eskişehir

1. GİRİŞ

Maden işletmeleri için doğru yatırım kararları verilebilmesi ve üretim aşamasında sağlıklı planlama yapılabilmesi, cevher rezerv ve tenorunun mümkün olduğunca en az hatayla tahmin edilmesine bağlıdır.

Bilgisayar destekli jeostatistiksel tahmin yöntemleri, eğer yeterli veri, doğru rezerv-tenör dağılım modeli ve doğru tahmin yöntemi kullanılırsa, tahmin hatalarının varyansını en küçükleyen yöntemlerdir (Knudsen, vd., 1978; Yüksek, 1995; Journel ve Huijbregts, 1978). Tahmin hatalarının en küçükleyecek rezerv-tenör dağılım modelinin ve tahmin yönteminin seçiminde ise, tahminler ile gerçek değerleri karşılaştıran bir çok istatistiksel yöntemden yararlanmak mümkündür (Ak, 1998; Thurston ve Armstrong, 1987; Konuk vd. 1993 ; Brooker, 1979 ; Rojas, 1986 ; Kim, vd., 1987). Ancak, karşılaştırma yöntemleri bazı durumlarda farklı seçenekleri en iyileme eğilimi gösterebilmektedir.

Maden yatakları tenör dağılım modellerinin seçiminde genellikle klasik istatistiksel yöntemler (ki-kare testi, birikimli olasılık grafiği yöntemi gibi) kullanılabilir. Ancak, bu klasik yöntemler bazı maden yataklarının tenör dağılım modelinin seçiminde, aynı anda birkaç dağılım modelini birden en iyileyebilmektedirler (Ak, 1998). Bu gibi durumlarda ise, uygulamacı karar vermekte güçlük çekmektedir.

Bu çalışmada, kriging yöntemi ile cevher rezerv-tenör tahminlerinde tenör dağılım modeli seçiminin önemini ve seçim için kullanılacak en uygun yöntemin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, normal, lognormal ve üç parametrelili lognormal tenör dağılım modeli arasında karar vermenin güç olduğu bir gümüş madeni işletmesi basamak verileri ele alınmış, kriging tahminleri yapılmış ve tahmin sonuçları karşılaştırılmıştır. Kriging tahmini için uygun

dağılım modelinin belirlenmesinde, tahminler ile gerçek tenörler arası hesaplanan kriging ağırlıklı hata oranı kullanılmıştır.

2. İSTATİSTİKSEL DAĞILIM MODELLERİ

Maden yataklarından alınan örneklerin cevher-rezerv tenör dağılımları normal, lognormal veya üç parametrelili lognormal dağılım modellerine uyabilmektedir. Aşağıda kısaca bu dağılımların model parametrelerinin hesaplanması ele alınmıştır.

2.1. Normal Dağılım

Normal dağılımın fonksiyon eğrisine "Gauss ya da Çan eğrisi" denilmekte olup, fonksiyon denklemi aşağıdaki gibidir.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Burada;

G : Dağılımın standart sapması,

x : Olasılığı aranan bir değişken değeri,

\bar{x} : Dağılımın aritmetik ortalamasıdır.

Normal dağılım, x ve G ile belirtilen iki parametrelili bir dağılımdır. Ortalaması sıfır ve

standart sapması 1 olacak şekilde $Z = \frac{x - \bar{x}}{G}$ dönüşümü ile standardize edilen dağılıma "standart normal dağılım" denir. Standart normal dağılım fonksiyonu ise;

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (2)$$

şeklindedir.

2.2. Lognormal Dağılım

Maden yatağından alınan örneklerin x değişken değerlerinin ($0 < x < \infty$ aralığında) $y = \ln x$

dönüşümü yapıldığında, y'lerin dağılımı normal dağılım gösteriyorsa, bu dağılıma lognormal dağılım denir. İki parametrelili [Logaritmik ortalama(α) ve logaritmik standart sapma (P)] lognormal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilmektedir (Koch ve Link, 1970 ; David, 1977; Aitchison ve Brown, 1957).

$$f(y) = \frac{1}{y\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\alpha)^2}{2\beta^2}} \dots\dots\dots x > 0 \quad (3)$$

$$= 0 \dots\dots\dots x \leq 0$$

Burada ;
y : Olasılığı aranan değişken değeri,
 α : Dağılımın logaritmik ortalaması,
P :Dağılımın logaritmik standart sapmasıdır.

Lognormal dağılımın parametreleri olan (α) ve (P) aşağıdaki eşitliklerle hesaplanabilir (Ang ve Tang,1975 ; Koch ve Link, 1970).

$$\alpha = \ln \mu - \frac{1}{2} \beta^2 \quad (4)$$

$$\beta = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1\right)} \quad (5)$$

Burada ;
 μ : Dağılımın normal değerlerle aritmetik ortalaması,
 σ : Dağılımın normal değerlerle standart sapmasıdır.

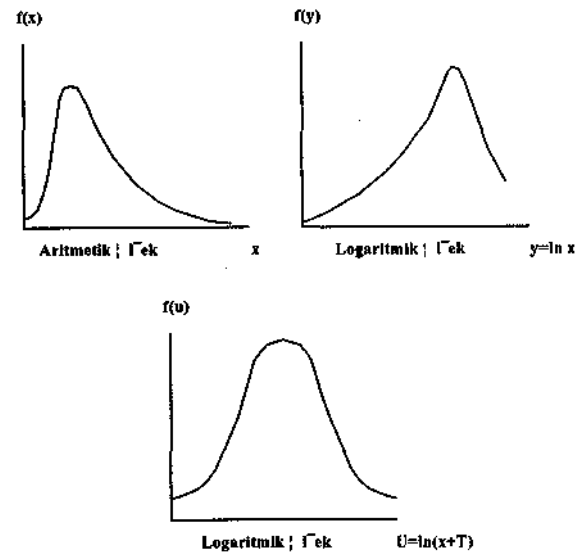
2.3. Üç Parametrelili Lognormal Dağılım

Rassal örneklenmiş x değişken değerlerine $y=\ln x$ dönüşümü yapılmasına rağmen, logaritmik örnek değerleri dağılımının normal dağılım göstermediği durumlarda, dağılımı normalleştirmek amacıyla x değişken değerlerine sabit bir "T" değeri eklenerek $U=\ln(x+T)$ dönüşümü yapılır. X değişken değerlerine sabit T değerinin eklenmesi ve

logaritmik dönüşümlerin yapılması ile elde edilen dağılıma üç parametrelili lognormal dağılım denilmektedir (Şekil 1). Bu dağılımın parametreleri logaritmik ortalama (α_u), logaritmik standart sapma (β_u) ve sabit sayı (T) olup dağılımın olasılık fonksiyonu aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilmektedir (Krige, 1978).

$$f(u) = \frac{1}{\beta_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u-\alpha_u)^2}{2\beta_u^2}} \quad (6)$$

Burada ;
U = x değişken değerlerinin normalleştirilmiş değeri $U=\ln(x+T)$,
 α_u = dağılımın logaritmik [$\ln(x+T)$]değerleri ortalaması,
 β_u = dağılımın logaritmik [$\ln(x+T)$]değerleri standart sapması,
T = üçüncü parametre olarak eklenen sabit sayıdır.



Şekil 1. Üçüncü parametre (T) ile x değişkeni logaritmik değerleri dağılımının normalleşmesi

Üç parametrelili lognormal dağılımın parametreleri olan α_u ve β_u aşağıdaki eşitliklerle hesaplanabilir (Aitchison ve Brown, 1957).

$$\alpha_u = \ln(\mu + T) - \frac{1}{2}\beta_u^2 \quad (7)$$

$$\beta_u = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1\right)} \quad (8)$$

3. KRIGING TAHMİN YÖNTEMLERİ

Kriging tahmin yöntemleri, bir nokta ya da bloğun değişken (örneğin tenor) değerini, tahmin hataları varyansını en küçükleyerek tahmin etmede kullanılan yöntemlerdir. Tahmin hatalarının varyansının boyutuna ise semi-variogram fonksiyonu ile ifade edilen mineralizasyonun karakteristiği, . değişken değeri tahmin edilen bloğun şekli ve boyutları, kullanılan örneklerin sayısı ve dağılım modeli önemli derecede etkilemektedir. Bu nedenle, güvenilir tahminler için tenor dağılım modeline uygun semi-variogram fonksiyonunun ve kriging tahmin yönteminin seçimi gerekmektedir.

Cevher tenor değerlerinin normal ve lognormal dağılımları için geliştirilen ordinary kriging yöntemleri aşağıda özetlenmiştir.

3.1. Ordinary Normal Kriging

Normal dağılım gösteren cevher tenörlerinin tahmininde kullanılabilen ordinary kriging yöntemi aşağıda özet olarak açıklanmıştır (Thurston ve Armstrong, 1987 ; Rendu, 1979).

Ordinary kriging yöntemi, örnek veri değerlerinin doğrusal bir kombinasyonu ile blok tenorunun tahminini içermekte olup tahmini blok tenörü (Z^*) ;

$$Z^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \quad (9)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır.

Burada ;

$Z(x_j)$: X_j 'inci örneğin tenor değeri,

h : X_i 'inci örneğin ağırlık katsayısı,

N : blok tenorunun tahmininde kullanılan örnek sayısıdır.

Ağırlık katsayıları değerlerinin saptanmasında iki koşul söz konusudur :

(a) Ağırlık katsayılarının toplamı 1'e eşittir.

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (10)$$

(b) Ağırlıklar, tahmin varyansını en küçüklemelidir.

Aşağıdaki eşitlik sisteminin çözümü ile tahmin varyansını en küçükleyecek ağırlık katsayıları elde edilebilir.

$$2 \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i, X_i) - 8 = y(x_i, v)$$

$$i=1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (12)$$

Burada;

$Y(X_j, X_j)$: Herhangi X_j ve X_j noktaları arasındaki ortalama kovaryans,

$Y(X_j, v)$: Herhangi X_j ve tahmin edilen blok arasındaki ortalama kovaryans,

8 : Ağırlık katsayılarının toplamın 1'e eşitlemede kullanılan lagrange çarpanıdır.

Kriging tahmin varyansı (OK^2) ise aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir:

$$cT_k^2 = y(v, v) + 5 - \sum_{i=1}^n \lambda_i y(x_i, v) \quad (13)$$

Burada ; $Y(v, v)$: Tahmin edilen blok içindeki herhangi iki nokta arasındaki varyansın ortalamasıdır.

3.2. Ordinary Lognormal Kriging

Tenor değerleri dağılımının iki ya da üç parametrelili lognormal olduğu durumda lognormal kriging yöntemi uygulanmaktadır (Thurston ve Armstrong, 1987 ; Rendu, 1979).

Maden yatağının logaritmik ortalama tenorunun bilinmediği durumda ordinary lognormal kriging yöntemi kullanılmakta olup yöntem aşağıda özet olarak tanıtılmıştır.

Ordinary lognormal kriging yönteminde tahmini logaritmik blok tenörü (Y) ;

$$Y^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Y(x_i) \quad (14)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada ;

$$Y(x_i) = \text{Ln} [Z(x_i)]$$

dir. Ağırlık katsayıları için, ordinary kriging yönteminde ileri sürülen aynı koşullar geçerlidir.

Kriging sisteminin çözümü de, ordinary kriging yönteminin benzeridir. Ancak, ordinary lognormal kriging yönteminde kovaryanslar, logaritmik kovaryanslardır.

$$\sum_{i=1}^n X^i - Y_L(x_i, X_j) - \hat{O} = Y_L(x_i, v) \quad (15)$$

$i=1,2,\dots,n$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (16)$$

Logaritmik kriging varyansı (\hat{o}) da aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilmektedir.

$$\hat{o} = Y_L(v, v) + 6 - 5 > , . y_L(x_i, v) \quad (17)$$

Tahmin edilen Y logaritmik değerlerinin aşağıdaki gibi doğrudan yapılacak dönüşüm yansız değildir.

$$Z^* = \text{EXP} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Y(x_i) \right] \quad (18)$$

Kriging tahminlerinin ilk koşulu olan yansızlık ise matematiksel olarak ;

$$E[Z(x_i) - Z(x_i)] = 0 \quad (19)$$

ile gösterilmektedir (Tercan ve Saraç, 1998).

Tahmin hataları ortalamasının sıfır olması anlamına gelen yansızlık koşulunu sağlamak amacıyla, ordinary lognormal kriging yönteminde blok tenor tahmini aşağıdaki eşitlikle yapılır.

$$Z^* = \text{EXP} \left\{ \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_L(x_i, v) - \frac{2 \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_L(x_i, v) - 8}{v} \right\} \quad (20)$$

Burada ;

$Y_L(x_i, X_j) : \text{Ln} [Z(x_j)]$ 'lerin kovaryansı,

$Y_L(x_i, v) : \text{Tahmin edilen blok ve } x_i \text{ noktası arası ortalama logaritmik kovaryans,}$

$\hat{o} : \text{Lagrange çarpanıdır.}$

4. TENOR DAĞILIM MODELİ SEÇİMİ İÇİN KRİGİNG TAHMİN SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Jeoistatistiksel (kriging) yöntemleriyle tahmin edilen tenor değerleri ile gerçek değerlerin karşılaştırılmasında, regresyon-korelasyon, tahmin hataları ortalaması ve standart sapması, blok faktörü ve ortalama farkların standart değişken değeri gibi bir çok istatistiksel yöntem kullanılabilir (Konuk, vd., 1993 4_Ak, 1998 ; Pekin, 1999). Ancak, karşılaştırma yöntemleri bazı durumlarda farklı seçenekleri en iyileme eğilimi gösterebilmektedir. Bu çalışmada, jeoistatistiksel tahmin sonuçlarının karşılaştırılmasında güvenilirliği daha fazla olan "kriging ağırlıklı . hata yöntemi" kullanılmıştır.

Kriging ağırlıklı hata » yönteminde, öncelikle her bir bloğun tenor tahmininin kriging standart sapması ile gerçek ve tahmin tenor farklarının ağırlıklandırılması yapılarak "kriging ağırlıklı hata değeri" aşağıdaki eşitlikteki gibi hesaplanmaktadır (Konuk, vd., 1993).

$$WSE = \frac{\sum_{i=1}^n E_i^2}{\sum_{i=1}^n G_i^2} \quad (21)$$

Burada;

WSE : Kriging ağırlıklı hata değeri,

E_j : i'inci blokun gerçek (Z_j) ve tahmini (Z*) tenörleri arasındaki fark,

G_i : i'inci blokun tenor tahminindeki kriging standart sapmasıdır (a_k).

Lognormal ve üç parametrelili lognormal tenörler için WSE'nin hesaplanması öncesinde, tahmin edilen logaritmik tenor değerlerinin ve kriging standart sapmalarının normal değerlere dönüştürülmesi gerekmektedir.

Bu yöntem ile karşılaştırma yapıldığında, en küçük kriging ağırlıklı hata değerini veren dağılım modeli, en iyi tenor tahminini veren dağılım modeli olarak kabul edilmektedir

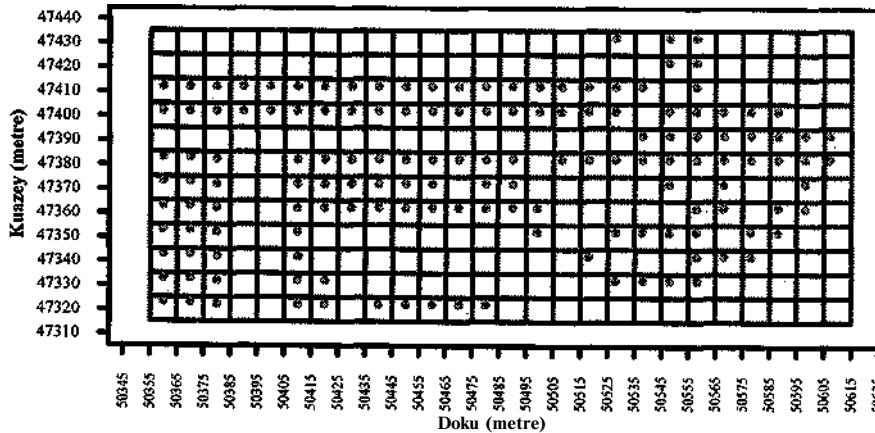
5. UYGULAMA ÇALIŞMASI

Uygulama çalışması, Kütahya-Gümüşköy Gümüş Madeni açık işletmesindeki Gümüş-4 olarak isimlendirilen +1230 m korundaki üretim basamağı patlatma delik verileri ele alınarak gerçekleştirilmiştir (Şekil 2).

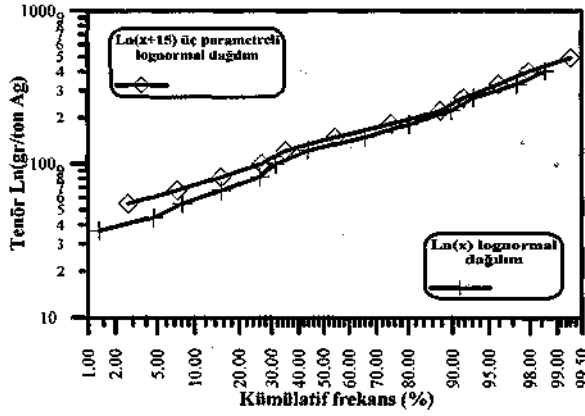
Yüksekliği 20m olan basamakta, delinen patlatma delik sayısı 148 adettir. Basamak gerçek tenörleri dağılımının, Ki-Kare testine göre hem normal, hem de lognormal dağılım modeline uyduğu saptanmıştır (Ercan, 1994). Bu çalışmada, gerçek tenörlerin normal, lognormal ve üç parametrelili lognormal dağılım modellerinin, teorik dağılım modeline uygunluğu, daha güvenilir olarak kullanılabilen kümülatif olasılık eğrisi yöntemiyle test edilmiştir. Test sonucuna göre, gerçek tenörlerin hem lognormal, hem de üç parametrelili lognormal dağılıma uyduğu belirlenmiştir (Şekil 3 ve Şekil 4).

Gümüş-4 üretim basamağı gerçek tenörlerinin normal, lognormal ve üç parametrelili lognormal dağılım modellerinin ortalama ve yönsel variogram model parametreleri belirlenmiştir. Basamak patlatma deliklerini içerecek şekilde 10mx10m boyutunda blok modeli oluşturularak üç dağılım modeli için ayrı ayrı kriging tahminleri yapılmıştır.

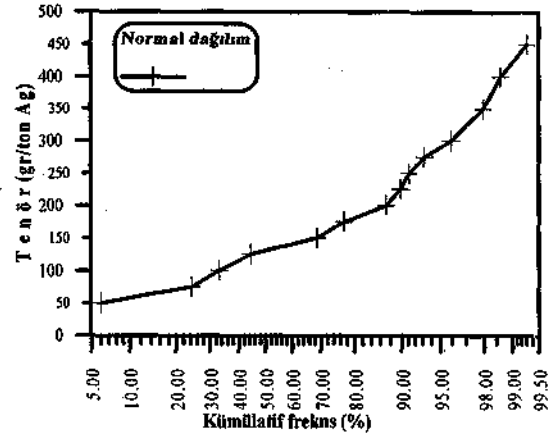
Normal, lognormal ve üç parametrelili lognormal dağılım model parametreleri ile hesaplanan tahmini tenörlerden en küçük hatayı veren dağılım modelinin belirlenmesi için, kriging ağırlıklı hata yöntemleri ile gerçek ve tahmini tenörler karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar öncesinde, tahmin edilen logaritmik tenor ve logaritmik kriging standart sapma değerleri normal değerlere dönüştürülmüştür.



Şekil 2. Gümüş-4 üretim basamağındaki patlatma deliklerinin lokasyonları



Şekil 3. Gümüş-4 basamağında normal tenörlerin kümülatif olasılık grafiği



Şekil 4. Gümüş-4 basamağında lognormal ve üç parametrelî lognormal tenörlerin kümülatif olasılık grafiği

Çizelge 1. Gümüş-4 Basamağı Normal, Lognormal ve Üç Parametrelî Lognormal Tenor Değerleri İçin Yapılan Blok Tahmini Tenörler ile Gerçek Tenor Değerleri Karşılaştırma Sonuçları

Basamak	Karşılaştırma	Tenor Dağılım Modeli		
		Normal	Lognorma	Üç parametrelî lognorma
Gümüş4	Kriging Ağırlıklı	1280,51	44684	445,35*

* En iyi tahmini veren dağılım modelini

Belirtilen yöntemle elde edilen sonuçlar Çizelge 1'de verildiği gibidir. Gümüş-4 basamağında, kriging ağırlıklı hata yöntemine göre, üç parametrelî lognormal dağılım modeli ile en iyi tahmin yapılabilmektedir.

Kriging ağırlıklı hata yöntemi, her bir blok tenorunun tahmininde kullanılan komşu örnek noktalarının sayısını ve variogram parametrelerine bağlı olarak hesaplanan kriging standart sapmasını da dikkate alır. Bu karşılaştırma yönteminin güvenilirliğini arttırmaktadır.

6. SONUÇ

Jeoistatistiksel tahminlerde, gerçek tenörlere en yakın tahminlerin yapılabilmesi için gerekli

olan doğru tenor dağılım modelinin seçiminde, çoğu zaman klasik istatistiksel yöntemler yetersiz kalabilmektedir. Bu gibi durumlarda, jeoistatistiksel tahminler sonrasında gerçek ile tahmini tenörlerin karşılaştırılması ve tahmin hatalarını en küçükleyen tenor dağılım modelinin seçiminin yapılması gerekmektedir. Jeoistatistiksel tahmin sonuçlarının karşılaştırılmasında ise, dayandığı istatistiksel ve jeoistatistiksel temeller nedeniyle, kriging ağırlıklı hata yöntemi güvenilir bir şekilde kullanılabilir.

Bu çalışmanın uygulama bölümünde de açıklandığı gibi, Gümüşköy Gümüş Madeni yatağı Gümüş-4 basamağında tenor dağılım modeli seçiminde, klasik istatistiksel yöntemlerle karar vermek oldukça güçtür. Ancak, kriging ağırlıklı hata yöntemi ile

yapılan değerlendirme sonrasında, üç parametrelili lognormal dağılım modeli ile en küçük hatalı blok tenor tahminlerinin yapılabileceği belirlenmiştir.

KAYNAKLAR

Aitchison, J. ve Brown, J.A.C., 1957; "The Lognormal Distribution", Cambridge At The University Press, s. 176

Ak , H., 1998, "Etibank 100 Yıl Gümüş Madeni İşletmesinde Üretim Tenor Kontrolünün Arama Sondajlarıyla Yapılabilirliğinin Jeostatistiksel Analizi", Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Ang, A.H.S. ve Tang, W.H., 1975; "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", John Wiley and Sons, New York.

Brooker, P.I., 1979; "Kriging", Eng. And Mining Journal, Eylül 1979, s. 148-153.

David, M., 1977; "Geostatistical Ore Reserve Estimation", Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, s.364

Ercan, D., 1994; "Gümüşköy Gümüş Madeni Açık İşletme Basamak Tenor Verilerinin Jeostatistiksel Yorumlanması", Yüksek Lisans Tezi , Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Journel, A.G. ve Huijbregts, C.J., 1978; "Mining Geostatistics", Academic Press, New York, 6Q0s.

Kim, Y.C., Zhao, Y.X. ve Roditis, I.S., 1987; "Performance Comparison of Local Recoverable Reserve Estimates Using Different Kriging Techniques", APCOM 87 , Sayı. 3, SAIMM, s.65-81

Knudsen , H. P., Kim, Y. C. ve Mueller, E., 1978; "A Comparative Study of the Geostatistical Ore Reserve Estimation Method Over the Conventional Methods", Mining Engineering, Sayı 30.

Koch, G.S. ve Link, R.F., 1970; "Statistical Analysis of Geological Data", John Wiley and Sons, Inc., New York.

Konuk, A., Yersel, G. ve Çelebi, E., 1993; "The Selection of Semi-variogram and Distribution Models for the Estimation of Recoverable Reserve-Grade", Third International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, İstanbul, Türkiye,

Krige, D.G., 1978; "Lognormal-de Wijsion Geostatistics for Ore Evaluation", South African I.M.M., Johannesburg.

Pekin, A., 1999; "Açık İşletme Basamak Tenörlerinin Kriging Tahminlerinde İstatistiksel Dağılım Modellerinin Etkileri", Doktora Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Rendu, J.M., 1979; "Normal and Lognormal Estimation", Mathematical Geology , Sayı.II. No: 4 , s. 407-422

Rojas, R.V., 1986; "Ore-Waste Selection Utilizing Geostatistics", Dept of Mining and Geological Eng., The University of Arizona, 104 s.

Tercan, A.E. ve Saraç, C., 1998; "Maden Yataklarının Değerlendirilmesinde Jeostatistiksel Yöntemler", TMMOB Jeoloji Mühendisleri Odası Yayınlan, No: 48, Ankara, 134s.

Thurston, M. ve Armstrong, M., 1987; "The Application of Log Semi Variograms to the Kriging of Moderately Skew Raw Data", APCOM 87, Sayı.3, s.53-64.

Yüksek, S., 1995; "Divriği Demir Yatağının Üç Boyutlu (3D) Jeolojik Blok Modelinin Çıkarılması ve Rezerv Hesaplamaları", Doktora Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sivas.