

Potansiyel Alanlarda Yukarı ve Aşağı Analitik Uzanımlar

Rahmi PINAR (*)

Ö Z E T

Fuller (1967) türev ve analitik uzanımlar için önceki araştırmacılarca verilen işleçlerin (operatör, katsayı) kullanılmasıyla düşülen yanılırları ortaya koyarak bu alanda kuşkusuz büyük bir gelişim sağlamıştır. Ancak Fuller'in verdiği işleçler kullanılarak yapılan işlemlerin kuramsal verilere uyumunun araştırılması, eğer uyumsuzluklar varsa en küçük düzeye indirilebilmesi için işlecin yeniden düzenlenmesi gerekir. Bu amaçla Fuller'in analitik uzanım işleçleri irdelenerek kuramsal uzanım ile olan ayrılık en küçük düzeyde kalacak şekilde işleçler yeniden düzenlenmiştir.

Fuller'in işleci yeniden düzenlenirken özellikle çeşitli pencere işlevleri uygulanarak pencereüemenin önemi üzerinde durulmuş ve uygun bir pencere işlevi seçilmeye çalışılmıştır. Yine kuramsal değerlere en yakın işleç boyunun ne olması gerektiği araştırılmıştır. Kullanılan işlecin dairesel bakışımı olmasına özen gösterilmiştir. Tüm bu yöntemler kullanılarak uygulamada kuramsal değerlere daha iyi uyan daha az yanılırları içeren yeni işleçler elde edilmiştir.

Yeni düzenlenmiş işlemlerin, Fuller'in işlecfne göre başarısının araştırılması için de bir kürenin $h=0$, $h=1$ ve $h=2$ düzlemlerinde-

(*) Dr- Jeofizik Y- Müh. D-E-Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeofizik Ana BUim Dalı, Bornova - izmir-

kj değerleri hesaplanmıştır. Sıfır düzlemindeki kuramsal verilere önce Fuller, sonra da dzletilmif işleçler uygulanarak kuramsal uzanım la uyumları istatiks el olarak s nlanmıştır. Fuller işlecinin uygulanması sonucu elde edilen uzanım la kuramsal uzanım arasında merkezide, $h=1$ düzleminde 0.21, $h=2$ düzleminde 0.45 mutlak yanılığ olduğu saptanmıştır. Buna karşın dzletilmif işletin merkezde $h=1$ düzlemindeki kuramsal analitik uzanım la olan mutlak yanılığı 0.08 de kalmıştır. İstatiks el s nama sonucunda ise dzletilmif işlecine Fuller'in işlecine göre 0.95 güvenirlik sınırında kuramsal değerlere daha Fy uyduğu saptanmıştır.

SUMMARY

Fuller (1967) who showed the pitfalls of derivative and analytical continuation operators given by earlier workers, made great improvements in this field without any doubt. But the operators given by Fuller himself have to be tested against theoretical data for correlation, if there are discrepancies, the operators have to be rearranged to reduce these discrepancies to minimum level. For this purpose, the operators were modified while keeping the deviations from theoretical analytical continuation to a minimum level after re-analysing the operators of Fuller's analytical continuations.

While modifying the Fuller's operators, various window functions were especially tested in order to find an appropriate window. The optimum operator length which can give the best theoretical values was searched by applying all the methods mentioned above. Operators were also tried to be circularly symmetrical. New operators, which can fit much better to theoretical data and contain less error in application, were obtained. Theoretical values of a sphere were calculated for $h=0$, $h=1$ and $h=2$ planes to carry out necessary tests. Firstly Fuller's and then the modified operators were applied, to $h=0$ plane theoretical data to test the correlations with the theoretical continuations statistically it was obtained that the absolute errors at the centre compared with theoretical continuations were 0.21 and 0.45 for $h=1$ and $h=2$ planes respectively for Fuller's operators. However, the absolute error at the centre compared with the theoretical continuation was only 0.08 for $h=1$ plane for the modified operators. After statistical tests, it was determined that the modified operators correlate much better, than that of Fuller's operators to theoretical values for 0.95 confidence limit.

1. GİRİŞ

Potansiyel alan ölçmelerinde örnekleme aralığı ve çalışma alanının büyüklüğüne bağlı olarak yerel ve bölgesel anomalilerin ayrılması istenir. Bu nedenle veriler üzerine çeşitli matematiksel işlemler uygulanır. Genellikle potansiyel alanlarda bölgesel yapılar uzun, yerel yapılar da kısa dalga boylu değişimlere neden olur. Uzun, dalga boylu değişimleri elde etmek için yukarı doğru analitik uzanım, alçak geçişli süzgeçler, yönseme (trend) analizleri; kısa dalga boylu değişimleri elde etmek için de aşağı analitik uzanım, yüksek geçişli süzgeçler ve türev yöntemleri kullanılır. Birinci ve ikinci türev yöntemleri aynı zamanda sırasıyla anomaliye neden olan kaynağın saptanması ve sınırlandırılmasında kullanılır. Bazı durumlarda belirli iki dalga boyunun arasında kalan dalga boyları geçirilmek veya süzölmek istenir. Bunun için de bant geçişli veya ibant durdurucu süzgeçler yeğlenir. Ancak potansiyel alanların sonsuz çözümlü olması nedeniyle verilerin yorumlanması için amaca uygun birçok yöntem birlikte uygulanmalıdır. Bu nedenle yukarıda sayılan yöntemlere ek olarak modeHemelerV güç spektrumu, çeşitli Fourier dönüşüm yöntemleri vd. kullanılabilir.

İm (sinyal) kuramı ve bilgisayarlar gelişmeden önce birçok araştırmacılar yukarıda sayılan yöntemleri potansiyel kuramdan hareketle geliştirmişlerdir. Ancak potansiyel kuram çözümlerinde bazı varsayımlar yapılması ve uygulama kolaylığı olması açısından da olabildiğince kısa işleç boyları vermek zorunda kalmaları nedeniyle elde edilen işleçlerin istenen işlemleri yaptıkları kuşkuludur.

Bilgisayarların gelişmesi ve im kuramının Jeofizikte uygulanmaya başlanmasından sonra sözü edilen yöntemler doğrusal dizge kuramı çerçevesinde düşünölmeye başlanmıştır. Böylece sorun yöntemlerin özelliklerini taşıyan katsayı dizeyinin saptanmasına kalmıştır. Örneğın

analitik uzanım yöntemleri uygulanmak isteniyorsa analitik uzanım yönteminden yararlanarak saptanan ağırlık katsayıları ile verinin evriştirilmesi sonucu analitik uzanım yapılır. Benzer yolla diğer yöntemler de potansiyel alan verilerine uygulanabilir.

Dpğrusal dizge kuramının potansiyel alanlarda kullanılabildiğini ilk kez Dean (1958) göstermiştir. Bu alandaki çalışmalar 1965 yılına dek bir suskunluk dönemi geçirmiştir. Bu yıldan sonra bu konuda önemli araştırmalar yapılmıştır. Bunlar arasında Mesko' (1965-1966), Darby ve Davies (1967), Zurflueh (1967), Fuller (1967), Lavin ve Devane (1970), Robinson (1970), Kontis (1971) Irshad (1972), Agarwal ve Lal (1972), Tsay (1975) sayılabilir.

Frekans ortamında hesaplanan ve doğruluğu tartışmasız olan frekans tepki işlevleri sayısala dönüştürölüp işleç elde edilirken bazı sorunlar nedeniyle idealliğini yitirir. Örneğın sonsuz uzunlukta tanımlanan frekans tepki işlevinin hangi boyda pencerelenmesi ve bu pencere işlevinin nasıl seçilmesi akla gelen ilk sorulardır. Ayrıca, bilgisayar kullanımından doğan bazı aksaklıkların nasıl giderileceğđ dé bir başka sorundur. Bu sorunlardan ötürü işleç idealliğini yitirir.

Yukarıda anlatılan nedenlerden dolayı Fuller'in verdiğı analitik uzanım katsayılarının uygulamadaki başarısı araştırılmalı, aksayan yönleri düzeltilmelidir. Fuller'in işlecinin irdelenmesinde en iyi yol, bağıntısı bilinen geometrik bir şekle sahip cisimlerin belirli düzlemlerdeki kuramsal analitik uzanımları hesaplanarak. Fuller yukarı analitik uzanım katsayılarının uygulanmasıyla elde edilen uzanımlarla 4<arşılaştırılmasıdır. İKarşıfıçtırma sonucu Fuller işlecinin yanılığarı giderilerek yeni baştan düzenlenmelidir. Daha sonra da düzenlenen işleçle yapılan analitik uzanım, kuramsal analitik uzanım ile karşılaştırılarak başarısı araştırılmalıdır.

Süzgeçleme işleminde işleç boyu seçimi önemli bir konudur. Kuşkusuz en

iyisi olabildiğince uzun olan işleç boyu-
aur. Ancak çok uzun işleçler hem bilgi
yitimine, hem de bilgisayarlarda uzun
zaman gereksinimine neden olacaktır.
Gereğinden kısa işleç boyu 'kullanılırsa
belki yukarıdaki sorunlar giderilecektir
ama gerçek değerlerden oldukça uzak-
laşılacaktır. Öyleyse süzgeçlemede geli-
şigüzel bir işleç boyu seçmeden önce en
uygun uzunluğun araştırılması gereklidir.
Dolayısıyla Fuller katsayıları yeniden
düzenlenirken işleç boyunun seçimi önem
kazanmaktadır.

2. DOĞRUSAL DİZGEDE GİRİŞ ÇIKIŞ İLİŞKİLERİ

2.1. Genel Kuram

Potansiyel alanlarda analitik uzanımlar ve türev yöntemleri birer doğrusal dizge işlemi olarak düşünülebilir. Doğrusal dizgede giriş çıkış ilişkileri evrişim tümlevi ile tanımlanır. İki boyutlu olarak:

$$S'(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a,j) \cdot S(x-a,y-f) \cdot da \quad (1)$$

bilinir. Doğrusal dizge $|x| > X$ ve $|y| > Y$ için $f(x,y) = 0$ oluyorsa (1) bağıntısı

$$S'(x,y) = \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y f(a,j) \cdot S(x-a,y-f) \cdot da \quad (2)$$

durumuna gelir; Bu tümlevin frekans ortamındaki görünümü ise

$$\langle f \rangle_{f_x, f_y} = F(f_x, f_y) \cdot O(f_x, f_y) \quad (3)$$

ile verilir. (3) bağıntısındaki parametrelerin anlamları :

• $F(f_x, f_y)$: frekans tepki işlevi,

* (f_x, f_y) : verilerin Fourier dönüşümü,

$S'(f_x, f_y)$: frekans ortamındaki süzgeçlenmiş verilerdir.

(2) denklemi ile verilen evrişim tümlevi ayrık verilerde:

$$4 > (x,y) \quad \text{tos} \quad \frac{Y}{2} \quad \frac{X}{2}$$

$$n = -Y/A_y \quad k = -X/A_x$$

$$f(k.A_x, n.A_y) \cdot \#(x-k.A_x, y-n.A_y) \quad (4)$$

bağıntısına dönüşür. Burada:

A_x, A_y : x ve y eksenlerine ait örnek-
leme aralığı,

k, n : x ve y eksenlerine ait sayıcılar-
dır

(4) denklemde

$$w(k,n) = f(k.A_x, n.A_y) \text{ ve}$$

$$A_x = A_y = 1 \text{ (birim) alınır}$$

$$S'(x,y) \wedge \frac{Y}{2} \quad \frac{X}{2}$$

$$n = -Y \quad k = -X$$

$$w(k,n) \cdot * (x-k, y-n) \quad (5)$$

elde edilir. (5) denklemi görüldüğü gibi uzunluk ortamında verilmektedir. Bu eşitlikte :

$\nabla (x-k, y-n)$: x-k, y-n koordinatlarındaki ayrık veriler,

$w(k,n)$: k, n koordinatlarındaki işleç katsayılarıdır.

$w(k,n)$ bilindiği gibi önce frekans ortamında tanımlanır. Frekans ortamında tanımlanan işlevin Fourier dönüşümü alınarak uzunluk ortamına , geçilir. Ancak frekans ortamındaki işlevin eksenlere göre çift olmasından yararlanılarak Fourier dönüşümü yerine cos. dönüşümü alınabilinir iki boyutlu cos. dönüşümü.

$$w(f_x, f_y) = \frac{F^*(f_x, f_y)}{2} \cdot \frac{F_{nq}(f_x, f_y)}{2}$$

$$Z = \pm \infty \quad m = 0$$

$$F \{ t.A_f, m.A_f^* \} \cdot i \cos(2 \wedge .A_f . k) \cdot \{ \cos(2-nm.A_f . n) \} \cdot A_f \quad (6)$$

ile verilir. Bu denklem yardımı ile uzunluk ortamında doğrusal dizge katsayıları (işleç dizeyi) elde edilir. Elde edilen ağırlık dizeyi ile veriler evriştirilerek doğrusal dizge işlemi gerçekleştirilir. Eğer ağırlık katsayısını oluşturan dizeydeki işleç bo-

yu tek sayıda seçilirse faz kaymasının da önüne geçilir. Bulunan katsayılar uygun bir pencere ile çarpılarak sınırlanmalıdır.

Türev, analitik uzanım, süzgeçleme, vd.,! gibi çeşitli jeofizik değerlendirme yöntemleri $F(\hat{A}f_x, m.A_y)$ işlevi ile frekans ortamında tanımlanarak ve (6) bağıntısıyla verilen evrişim işlemi gerçekleştirilerek sözü edilen yöntemlerin özelliklerini içeren ağırlık katsayı dizeyleri elde edilir.

2.2. Yukarı Doğru Analitik Uzanım

Potansiyel kuramından $z=0$ düzleminde h kadar yukarıdaki bir düzlemde potansiyel

$$\Phi(x,y,h) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots$$

$$h \cdot \Phi(\alpha, \beta, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\alpha d\beta}{2\pi \{ (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + h^2 \}^{3/2}} \quad (7)$$

bağıntısıyla verilir. (Henderson ve Zietz, 1949). Evrişimin, işlevlerin yerdeğiştirilmesi (komütatif) özelliği anımsandığında ve (7) denklemi ile (1) denklemi karşılaştırıldığında (7) bağıntısının da bir evrişim işlemi olduğu «anlaşılır» (şekil 1). Söylenen eşitlik uzunluk ortamında simgesel olarak yazılabilir.

$$\Phi(x,y,h) = \Phi(x,y,0) * f_u(x,y,h) \quad (8)$$

bu bağıntıdaki parametrelerin anlamları: $f_u(x,y,h)$: uzunluk ortamı süzgeç katsayılarıdır. Bu katsayılar sıfır kaymada

$$f_u(x,y,h) = \frac{h}{2\pi (x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}} \quad (9)$$

* $(x,y,0)$: Sıfır düzlemindeki potansiyel verilerdir. Son toağirinin Fourier dönüşümü alınarak yukarı analitik uzanım işlevinin kuramsal frekans tepkisi elde edilir.

$$F_u(f_x, f_y, h) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots$$

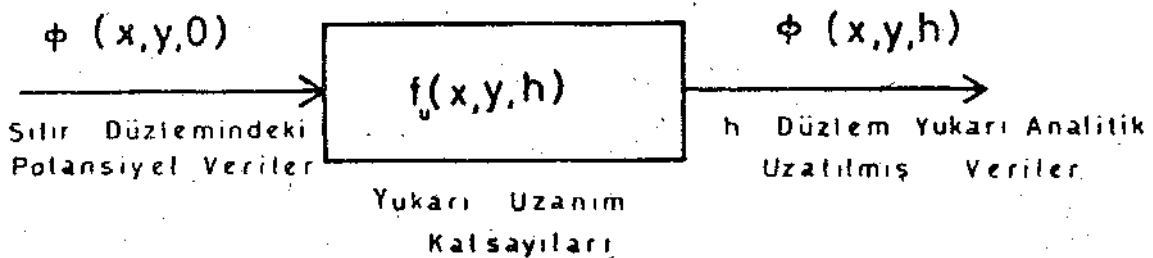
$$F_u(f_x, f_y, h) = \frac{h \cdot e^{-2\pi i (f_x x + f_y y)}}{2\pi (x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}} dx dy \quad (10)$$

(10) bağıntısının f_x ve f_y eksenlerine göre çift olmasından yararlanarak sin. içeren terimler ortadan kaldırılırsa

$$F_u(f_x, f_y, h) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dots$$

$$F_u(f_x, f_y, h) = \frac{h \cdot \cos(2\pi f_x x) \cdot \cos(2\pi f_y y)}{2\pi (x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}} dx dy \quad (11)$$

(11) eşitliği Erdelyi (1954, p: 11, eq: 7 ve p: 56, eq: 44) kullanılarak çözümlerse $F_u\{f_x, f_y, h\} = \frac{h}{2\pi} \frac{e^{-2\pi i r h}}{(f_x^2 + f_y^2 + h^2)^{3/2}}$ (12) elde edilir. (12) bağıntısı yukarı doğru analitik uzanım frekans tepki işlevidir. Üstel işlevin dikliği «h» nin değerine bağlıdır. Başka bir deyişle yukarı düzlemlere çıkıldıkça üstel işlev dikleşir. Böylece daha alçak frekanslar geçirilir.

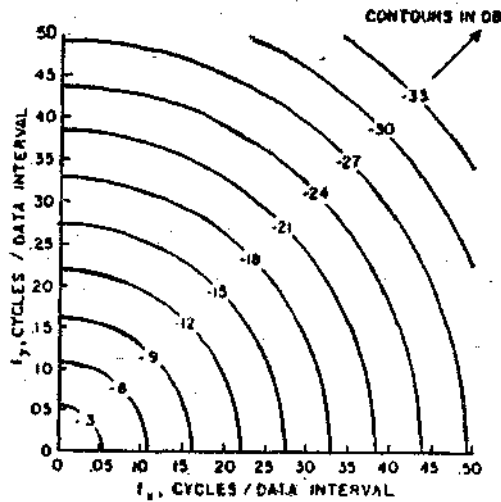


Şekil 1. Yukarı analitik uzanım işlemi

3 DOĞRUSAL DİZGE İŞLEÇLERİNİN İRDELENMESİ VE YENİ İŞLEÇLERİN DÜZENLENMESİ

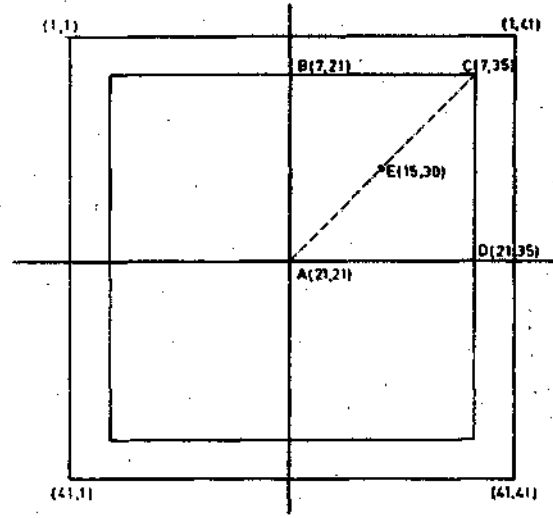
3.1. Fuller İşleçleri ile Yukarı Analitik Uzanım ve Sorunları

Fuller'in $h=1$ düzlemi için hesapladığı frekans tepki işlevi şekil (2) de görülmektedir. Görüldüğü gibi frekans tepki işlevi idealdir. Bu tepki işlevinden oluşturulacak doğrusal dizge katsayıları ile yapılacak analitik uzanımın da ideal olması beklenir. Ancak uygulamada durumun böyle olup olmadığı kuramsal bir model ile karşılaştırılarak görülebilir.



Şekil 2. $h=1$ veri aralığı yukarıda frekans tepki işlevi (Fuller 1967)

200 m. yarıçaplı, 0.4 gr/cm^3 yoğunluk farklı, 500 m, derinlikte bir kütle için $h=0$ ve $h=1$ birim ($Ax=100 \text{ m.}$) yukarıdaki kuramsal gravite değerleri hesaplanmıştır. $h=0$ düzlemindeki kürenin gravite değerlerine Fuller yukarı uzanım işleçleri uygulanarak $h=1$ düzlemine analitik uzatılmış anomali değerleri elde edilmiştir. Çeşitli koordinat noktalarındaki (şekil 3) gravite değerleri ve mutlak yanlışlar Tablo 1 de verilmektedir. Tablo 1 den merkez ve merkeze yakın yerlerdeki mutlak yanlışın büyük olduğu görülmektedir ($h=1$ düzleminde 0.21, $h=2$ düzleminde



Şekil 3. Mutlak yanlışların incelendiği koordinatlar

0.46). Oysa yukarı analitik uzanımın amaç, uzun dalga boylarını içeren (bölgesel yapılar) yapıları ortaya çıkartmaktır. Eğer amaç bölgesel yapıları ortaya çıkartmak ise birden fazla düzlemde analitik uzanım yapılması gerekebilir. Böyle durumlarda hata yukarıdaki düzlemlere büyüyerek yansyacağından değerlendirilmede yanlışlara neden olabilir.

KOORDİNATLAR	MUTLAK YANLIĞI
A(21,21)	0.21
B(7,21)	0.07
C(7,35)	0.12
D(21,35)	0.07
E(15,30)	0.02

Tablo 1. $h=1$ düzlemi için Fuller işleçleri kullanılarak yapılan yukarı analitik uzanımına göre mutlak yanlış

3.2. Fuller'in Analitik Uzanım İşleçlerinin İrdelenmesi

Fuller'in yukarı uzanım katsayıları incelendiğinde işleçlerin sayısal değerlerinin orta ve ortaya yakın bölgelerde diğer yerlere oranla yüksek olduğu, izlenir. Daha iyi bir işleç geliştirmek için bu aşırı yüksekliğin nedenleri araştırılıp olabilir.

diğince giderilmelidir. Sözü edilen yanılığın olası nedenleri aşağıda sıralanmıştır:

1 — Fuller süzgeç katsayılarını hesaplarken (12) bağıntısındaki tanım aralığını $0-F_{nq}$ (Nyquist frekansı) olarak seçmiştir. Yani frekans tepki işlevi yalnızca ilk dördüde hesaplanarak cos. dönüşümü alınmıştır. Böylece birinci dördüde uzunluk ortamındaki ağırlık katsayı dizeyi saptanmış, bu katsayı dizeyinin de eksenlere göre simetriği alınarak tüm alanda doğrusal dizge katsayıları bulunmuştur. Yapılan işlemler Şekil 4 te görülmektedir. Bu durumda frekans tepki işlevinin f_x ve f_y eksenini ile orta noktanın etkisi, uzunluk ortamında düşünülenden çok fazladır. Bu şekilde hesaplanan ağırlık katsayı dizeyine orta noktanın ve eksenin etkisi dörder kez daha fazla girecektir:

Ayrıca bir önceki bölümde değinildiği gibi, yukarıdaki düzlemlere çıkıldıkça merkez ve merkeze yakın yerlerdeki değerler artmaktadır. İşleçlerin hesaplanması sırasında alt düzlemlerde yapılan küçük hatalar, daha üstteki düzlemlere katlanarak yansiyacaktır. Dolayısıyla işlecin hesaplanması sırasında yanılığın en küçük düzeyde tutulmasına çalışılmalıdır.

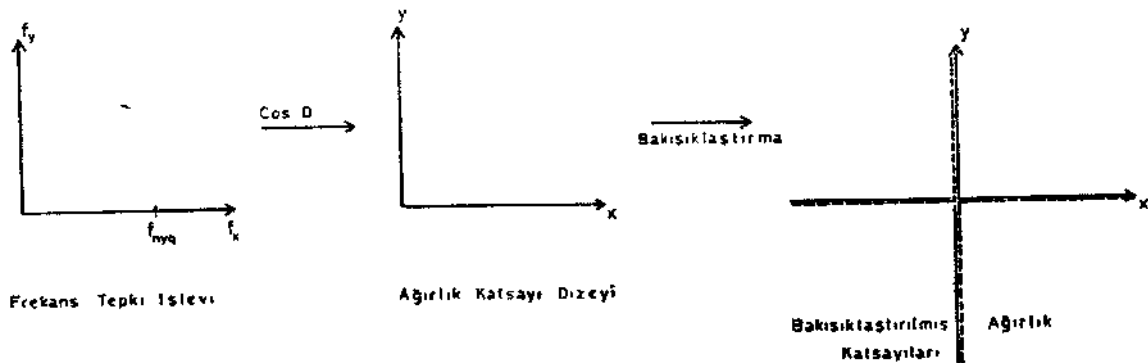
2 — Bilindiği gibi doğrusal dizge işlevi ancak sonsuzda sıfır olmaktadır. Yani ideal duruma ulaşmak için süzgeç katsayıları olabildiğince uzun olmalıdır. Bu-

nun sakıncaları fazla bilgi kaybına, gereksiz uzun işlemlere ve düşünülenden uzun dalga boylarının geçirilmesine yol açar. Onun için doğrusal dizge katsayıları uygun biçimde sınırlanarak kesilmelidir. Uygun süzgeç boyunun saptanması ayrı bir sorundur. Ancak gelecek bölümde buradaki sorun için en uygun boyun seçimi verilecektir. Boy seçildikten sonra bu katsayıları sınırlamada ne tür bir pencerenin kullanılması gerektiği araştırılmaktadır. Belki veriyi diktörtgen pencere ile sınırlamcuk işleç katsayılarının değerlerinde hiç bir değişiklik yapmayacaktır. Ancak ortam değişimi sırasında doğuracağı sakıncaları açısından (Gibbs olayı) böyle bir pencere kullanılmamalıdır.

Fuller, kısaltma işleci olarak cos. pencere kullanmıştır. Bu çalışmada ise daha ilerde değinilecek nedenlerden ötürü üçgen pencere önerilmektedir.

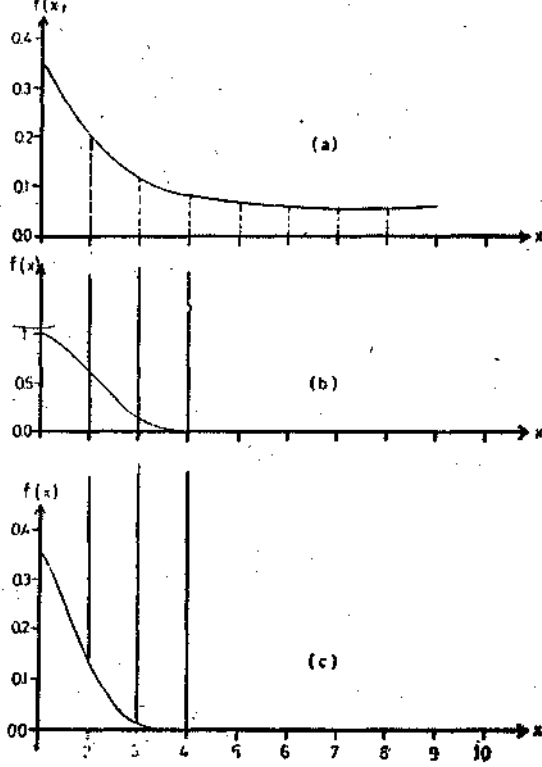
3 — işleç boyunun önemi : Şekil 5-a da uzunluk (zaman) ortamında tek boyutlu, 8 uzunluklu analitik uzanım işleci verilmektedir. Eğer bu işlev, yarı uzunluğu 4 olan bir pencere ile çarpılırsa Şekil 5-a'da görülen işleç zorunlu olarak bu uzunlukta sınırlanmış olacaktır. Bunun iki önemli yanılığı vardır :

a. Analitik uzanım işleci tümü ile belirlenememiş, ancak kısa bir bölümü belirlenerek gerçek dışı işleç ile uygulama yapılmıştır.



Şekil 4. Fuller işleçlerinin elde edilmesinde izlenen yol

b. Alçak geçişli süzgeçlerin özelliğinden, katsayıların toplamının 1 olması yani normalleştirilmesi gerekir. Yukarıda anlatıldığı gibi kısa bir işleç normalleştirilirse orta noktaya gereğinden fazla ağırlık verileceği açıktır.



Şekil 5. Çok kısa işleç boyu seçiminin getireceği yanılığın

3.3. Yeni, Düzeltilmiş Analitik Uzanım Katsayılarının Saptanması

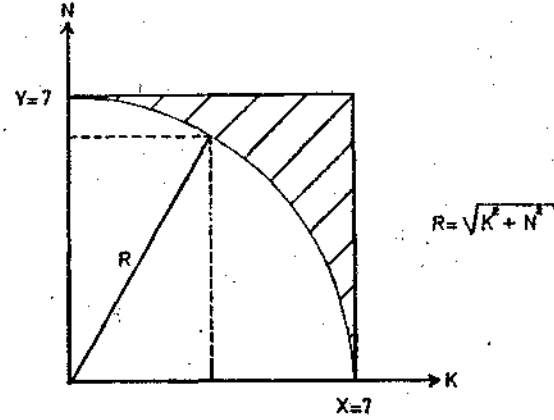
Kuramsal bölümde anlatıldığı gibi elde edilen doğrusal dizge katsayılarının (sıfır faz kaymasında) bakışık (simetrik) ve tüm yönlerde etkisinin aynı olması istenir. Böylece doğrusal dizgeye giren ve çıkan veriler yöne bağımlı olarak herhangi bir değişikliğe uğramayacaktır. Bunun için ağırlık katsayılarının karesel simetriden kurtarılıp dairesel bakışık biçime sokulması gerekir. Böyle bir ağırlık katsayı düzeyinde artık noktaların konumundan doğan bakışiksizlik (asimetri) ortadan kalkacaktır.

Dairesel bakışım için kuram Dean (1958), Lavirt (1970), Rdbiner (1972), Sanver (1974) tarafından verilmektedir. Dairesel bakışım 'sahip katsayıların oluşturulması için Hankel dönüşümleri kullanılır. Bu çalışmada ise kuramdan çok uygulamada dairesel bakışımlı katsayıların elde edildiği verilmektedir.

(12) bağıntısını yineleyecek olursak ;

$$F_{,,}(f_x \cdot f_y \cdot h) = e^{-2nt} (ff + Pr)^{1/2} \quad (12)$$

Frekans ortamında verilen-bu bağıntı üstel işlevde, $(f_x^2 + f_y)^2$ terimi bulunması nedeniyle dairesel bakışıktır. Çünkü $F_{,,}(f_x \cdot f_y \cdot h)$ bağıntısı artık dik koordinat sistemindeki noktaların konumuna (merkez ile yaptığı açı) bağlı değildir (Şekil 6).



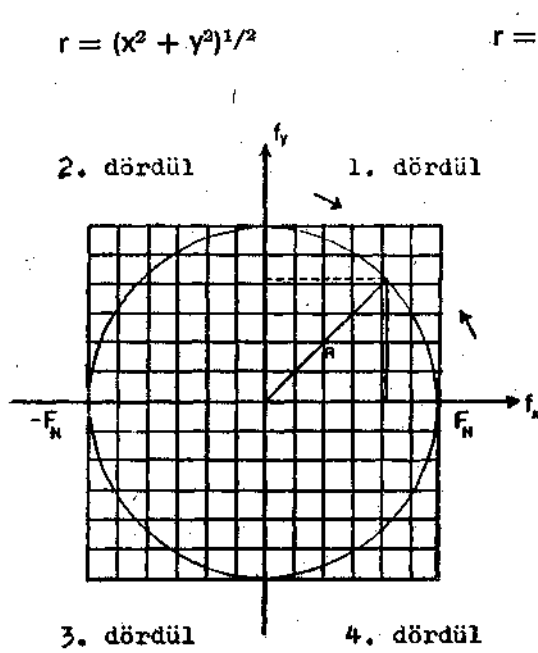
Şekil 6. Dairesel bakışım

$$R = (F_x + p_y) / 2 \quad (13)$$

(13) bağıntısı, f_x ve f_y kartezyen koordinat sistemine bağlı olarak, sıfır merkezli «R» yarıçaplı noktaların geometrik yerini vermektedir. Bu da bir çemberdir. Yani (12) bağıntısı ile hesaplanan $F_{,,}(f_x \cdot f_y \cdot h)$ işlevi dairesel bakışıktır. Dairesel bakışık bir çift işlevin Fourier dönüşümü de yine bakışık ve çift olacaktır (faz kayması yokken, $4-n^2$ katsayısı farkı ile kuram F.D. nün bakışım özelliğidir). Sabit bir katsayı dairesel bakışımı bozmayacağından, uzunluk ortamında elde edilen ağırlık katsayı düzeyi de dairesel bakışıktır.

Bilgisayarlarla yapılan hesaplamalarda dizelerle işlem yapıldığından, dairesel bakışım sağlanamamaktadır. Şekil 7 de küçük oklarla gösterildiği gibi eksenlerden köşegen doğrultusuna gittikçe sayısı artan istenmeyen (koyu noktalarla gös-

terilmiş) değerler sanki ağırlık katsayı dizeyinin elemanları imiş gibi davranarak bu noktalara rastlayan verileri işleme sokacaktır. İstenmeyen bu durumu engellemek için uzunluk ortamında:



Şekil 7. Yarıçapın köşegene doğru değişimi ve işleç dizeyini gösterir koordinatlar

$$r = \begin{cases} 1 & (x^2 + y^2)^{1/2} \leq F_{nq} \\ 0 & (x^2 + y^2)^{1/2} > F_{nq} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x^2 + y^2)^{1/2} &\leq F_{nq} \\ (x^2 + y^2)^{1/2} &> F_{nq} \end{aligned}$$

x,y : işleç boyunun yarı uzunluğu
F_{nq} : Nyquist frekansı

şeklinde bir çember işlevi tanımlayıp ağırlık katsayı dizeyi bununla çarpılmalıdır. Böylece ağırlık katsayı dizeyinin, çemberin üzerinde ve içinde kalanları yönbağımsız ve eşağırlıklı, dışında -kalanları ise sıfır olacaktır. Bu işlem sonucunda ağırlık katsayı dizeyinin yönsel değişimleri tümüyle ortadan kaldırılmıştır.

Pencere işlevi oluşturulurken yukarıda anlatılan işlem gözönüne alınmalıdır. Fuller (1967) cosi pencereyi kullanırken sözü edilen işlemi uygulamamıştır. Fuller'in kısaltma işleci olarak kullandığı cos. pencere

$$w(K,N) = \begin{cases} 0.5 + 0.5 \cos \frac{\pi (K^2 + N^2)^{1/2}}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} & K \leq X \\ 0 & N \leq Y \\ 0 & K > X \\ 0 & N > Y \end{cases} \quad (14)$$

bağıntısı ile verilmektedir.

Bu bağıntıda :

K,N : Satır ve «sütun sayacıları

X : pencerenin x eksen boyu

Y : pencerenin y eksen boyudur.

X ve Y normal koşullarda işleç boyunun yarısına eşit alınmalıdır. (14) bağıntısından görüldüğü gibi K ve N in değişimi X ve Y ye kadardır. X ve Y nin 7 değeri için (işleç uzunluğu 13) görünüm Şekil 7 de verilmektedir. Öyleyse K ve N in (14) bağıntısındaki gibi kullanılması, kö-

şegen doğrultusunda gereksiz, istenmeyen ama zorunlu olarak bazı ağırlık katsayılarının işleme girmesine neden olacaktır (taralı alanı içeren katsayılar). Pencere düzenlenirken K ve N, X ve Y ye kadar değil R ye kadar değiştirilmelidir. Rnin dışında kalan sıfırlandırılmalıdır.

Bu çalışmada, işleçler yeniden düzenlenirken pencereleme-sirasında sözü edilen önemli nokta gözönüne alınmıştır. Kısaltma işleci olarak (15) bağıntısı ile verilen veri tipi pencere (cosine taper) ve (16) bağıntısı ile verilen üçgen pencere kullanılmıştır.

$$w(K,N) = \frac{0.5 + 0.5 \cos \frac{\sqrt{(K-x_k-1)^2 + (N-x_k-1)^2} p/2}{f(L-x_k-1)^2 + (L-x_k-1)^2 p/2}}{1} \quad \begin{matrix} R < L \\ R > L \end{matrix} \quad (15)$$

K,N : yatay ve düşey eksenler sayacı,
 X_k : geometrik yerleri 1 olan noktalan
 içeren çemberin ya reap ı,
 L : tüm pencerenin boyu,

$AX=L-X_k$: pencerenin yan kanatları-
 nın eğimi.

Tek boyutlu üçgen pencerenin bağıntısı ise

$$W = \left[\frac{?}{(X_i/L)} \right] \quad \begin{matrix} X_i > L \\ X_i < L \end{matrix} \quad (16)$$

üçgen pencere (konik pencere) ise:

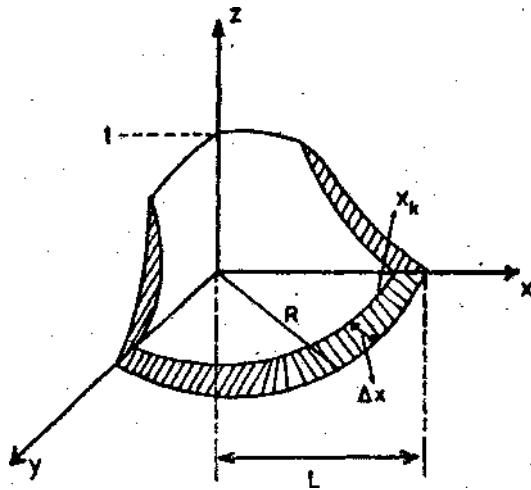
$$w(K,N) = \frac{r}{L-1} \cdot \frac{j \cdot (K-1)^2 + (N-1)^2 p/2}{R < L} \quad (17)$$

bağıntıları ile verilir. Veri tipi ve

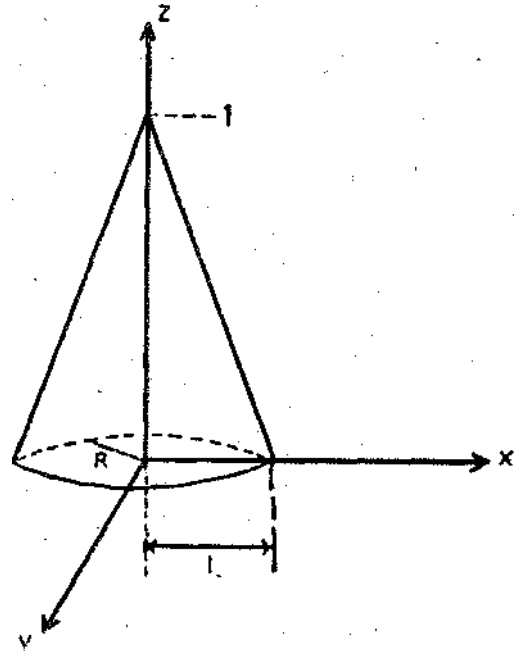
konik pencerenin çift boyutlu görünümü-
 leri uzunluk ortamında Şekil 8 ve 9 da
 verilmektedir. Tek boyutlu cos. pencere,
 veri tipi pencere ve üçgen pencerenin gö-
 rünümü ise Şekil 10 dadır.

Şekil 10 irdelenerek, hangi pencereyi
 kullanmanın daha sağlıklı olacağına kar-
 rar verilir. Cos. pencerenin sifıra yaklaşı-

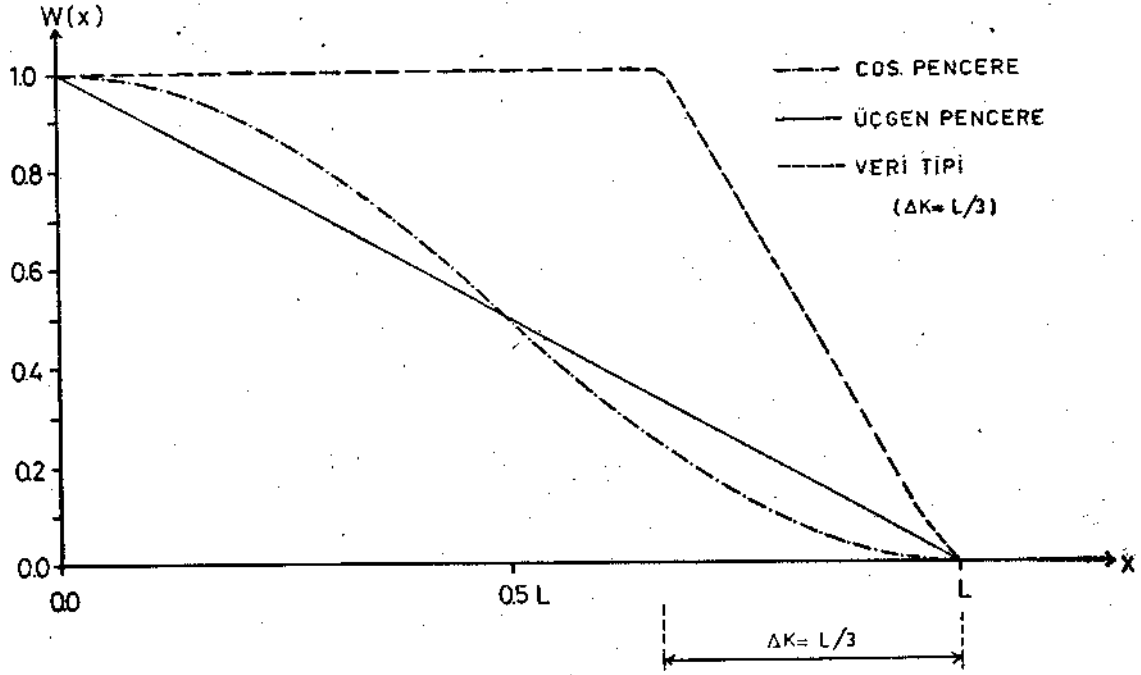
mı 0.5L adımına dek yavaş, bu adımdan
 sonrası ise daha hızlıdır. Bunun doğal
 sonucu olarak 0.5L adımına dek olan
 ağırlık katsayıları, cos. pencerenin bire
 yakın değerleri ile, bu adımdan sonrası ise
 hızla sifıra yaklaşan (ancak sifıra yaklaşı-



Şekil 8. İM boyutlu veri tipi pencerenin uzunluk ortamında görünümü



Şekil 9. Konik pencerenin uzunluk ortamında ki görünümü



Şekil 10. Her üç pencerenin uzunluk ortamında tek boyutlu olarak üst üste görünümü

tıkça bu hızını yitiren) değerleri ile çarpılacaktır. Ağırlık katsayılarının büyük değerleri ise 0-0.5 L adımları arasındadır. Öyleyse cos. pencere kullanmakla ağırlık katsayılarının 0-0.5L adımları arasındaki değerler, 0.5L-L arasındaki değerlere oranla biraz daha fazla büyütülmüş olacaktır. Veri tipi pencere için de benzer düşünceler geçerlidir. Bu tip pencerelerin yerine üçgen pencere kullanılırsa orta noktaya yakın yerler gereğinden fazla büyütülmüş olacaktır. Çeşitli pencereler kullanılarak yapılan analitik uzanımların Şekil 3 te belirtilen koordinat noktalarındaki, mutlak yanılgıları Tablo 2 de verilmektedir. Çeşitli parametreler kullanılarak elde edilen analitik uzanımın kuramsal değerlere yaklaşımı, Fuller'in işleçleri kullanılarak kuramsal değere olan yaklaşımı ile karşılaştırılmış ve t sınavmasının sonuçları Tablo 3 te verilmiştir. Bu tablo incelendiğinde konik pencerenin değışintisinin (varyans) diğerlerinden en küçük olduğu görülmektedir. Bilindiği gibi konik pencerenin asimtotik değışintisi bu çalışmada kullanılan pencerelerin asimtotik değışimlerine oranla en küçüktür (Jenkins,

1969), Dolayısı ile Tablo 3 te s^2 ile gösterilen değışintiler arasında en küçük olanı konik pencereye ait olanıdır. Bu nedenle konik pencere ile yapılan uygulamada elde edilen en büyük güvenilirlik sınırı diğer pencerelerin kullanılmasından elde edilen en büyük güvenilirlik sınırından büyüktür.

KOORDİNATLA»	VERİ TIPİ P,	COS. P.	KONİK P.
A (21, 21)	0.13	0.12	0.08
B (7, 21)	0.06	0.05	0.04
C (? , 35)	0.10	0.10	0.10
D < 21, 55)	0.06	0.05	0.04
EU 5.30)	0.03 -	0.03	0.01

Tablo 2. n=1 düzleminde çeşitli pencereler Kailsj^'s.'sk elde edilen yukarı analitik uzanım Jarı belirtilen koordinatlardaki yanılgıları

Bu çalışmada önerilen yöntem kullanılarak ,h=1 ve h=2 düzlemlerine ait yukarı ve aşağı analitik uzanım işleçleri Tablo 4-5-6-7 de verilmektedir. İşleç dizeyleri Şekil 7 de gösterilen 1. dördülde ve

PENCERELER	\bar{x}	S	K	T_h	EN KUCUK G.- SIZLIK ECL.	EN BUYUK G.- NIRLIK SINIRI
KONIK P.	57.076	7572	1460	1.6556	0.05	0.55
VERI TIPI P. ($\Delta K=7$)	56.626	5422	1525	1.3367	0.10	0.50
CCS. P.	59.654	10130	1556	1.1767	0.12	0.66
VERI TIPI P. ($\Delta K=2$)	60.716	11023	1567	0.9758	0.17	0.63

Tablo 3. Çeşitli pencerelerin t - sınaması sonuçları ve en büyük güvenilirlik sınırları

şekle uygun olarak ta yukarıdan aşağıya doğru verilmiştir. Tablolar 13 işleç uzunluğuna göre düzenlenmiştir. Verilen işleç düzeyinin uygulamada kullanılabilmesi

için iki boyutlu bakışık duruma getirilmesi (dört bölgede de tanımlanması gereklidir.

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00045	0.00026	0.00012	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00039	0.00043	0.00064	0.00028	0.00075	0.00000	0.00000
0.00363	0.00256	0.00090	0.00063	0.00028	0.00000	0.00000
0.00733	0.00628	0.00402	0.00090	0.00064	0.00012	0.00000
0.05289	0.02415	0.00628	0.00256	0.00043	0.00026	0.00000
0.13112	0.05289	0.00733	0.00363	0.00039	0.00045	0.00000

Tablo 4. $h=1$ düzlemine ait yukarı doğru analitik uzanım işleçleri

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00041	0.00035	0.00021	0.00005	0.00000	0.00000	0.00000
0.00129	0.00114	0.00079	0.00041	0.00011	0.00000	0.00000
0.00362	0.00307	0.00195	0.00101	0.00041	0.00005	0.00000
0.00953	0.00758	0.00427	0.00195	0.00079	0.00021	0.00000
0.02417	0.01689	0.00758	0.00307	0.00114	0.00035	0.00000
0.03961	0.02417	0.00953	0.00362	0.00129	0.00041	0.00000

Tablo 5. $h=2$ düzlemine ait yukarı doğru analitik uzanım işleçleri

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.09199	0.00832	-0.01325	-0.01261	0.00000	0.00000	0.00000
-0.14852	-0.06368	0.14232	0.00119	-0.00784	0.00000	0.00000
0.32341	-0.04735	-0.26936	0.07836	0.00119	-0.01261	0.00000
-0.44155	0.39353	0.32633	-0.26936	0.14232	-0.01325	0.00000
-0.37712	-1.53628	0.39353	-0.34735	-0.06368	0.00832	0.00000
8.22860	-1.37710	-0.44155	0.32341	-0.14852	0.09199	0.00000

Tablo 6. $h=1$ düzlemine ait aşağı doğru analitik uzanım işleçleri

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.7880	-0.1062	-0.4187	-0.2699	0.0000	0.0000	0.0000
-2.2804	-0.5606	3.5161	-0.2880	-0.1443	0.0000	0.0000
4.7387	-3.2114	-5.6034	2.3637	-0.2880	-0.2699	0.0000
-2.7237	11.6221	4.4379	-5.6034	3.5161	-0.4187	0.0000
-16.8591	-25.5114	11.6222	-3.2114	-0.5607	-0.1062	0.0000
117.2680	-16.8592	-2.7237	4.7387	-2.2804	1.7880	0.0000

Tablo 7. $h=2$ düzlemine alt aşağı doğru analitik uzanım işleçleri

4 SONUÇLAR

Düzeltilmiş işleçlerle Fuller'in işleçleri aşağıdaki gibi dört adımda karşılaştırılabilir. Burada Fuller, daha önceki araştırmacıların işleçleri ile karşılaştırma yaptığından ve kendi ağırlık katsayılarının üstünlüğünü kanıtladığından yalnızca Fuller katsayıları ile karşılaştırma yapılmıştır.

1. Tablo 1 ve 2 karşılaştırıldığında, koordinatları verilen noktalarda düzeltilmiş işleçlerle yapılan analitik uzanımın, Fuller'in işleçleri ile yapılan analitik uzanımına göre kuramsal değerlere daha iyi uyduğu görülmektedir. Özellikle merkezde Fuller katsayılarının uygulanması sonucu elde edilen mutlak yanılığın 0.21 olmasına karşın düzeltilmiş işleçlerdeki yanılığın 0.08 dir.
2. Bilindiği gibi kürenin merkezine yakın bölgelerde daha kısa dalga boyları egemendir. Bu nedenle Fuller katsayılarının uygulanması ile kısa dalga boylu yapıların yorumlanmasında büyük yanılığlara düşüleceğinden yerel yapıların araştırılmasında Fuller'in analitik uzanım katsayılarının kullanılması sakıncalıdır. Oysa düzeltilmiş işleçler uygulandığında merkezdeki yanılığın 0.08 e düşmesi kısa dalga boylarını içeren yapıların araştırılmasında düzeltilmiş işleçlerin kullanılmasının daha doğru olacağını göstermektedir.
3. Karşılaştırmaların istatistiksel sınavmasında ise düzeltilmiş işleçlerle yapılan analitik uzanımın. Fuller'in katsayıları kullanılarak yapılan analitik

uzanıma oranla 0.95 güvenilirlik bölgesinde kuramsal verilere daha iyi uyum sağladığı Tablo 3 te görülmektedir. Bu sınıma düzeltilmiş işleçlerin, Fuller'in işleçlerine göre daha güvenilir olduğunu vurgulamaktadır.

4. Analitik uzanımın yapıldığı düzlemlerin yüksekliği arttırıldıkça ($h=1,2,\dots, n \times$ veri aralığı) buna koşul olarak kullanılacak işleç boylarının da arttırılması gerekir.

Yukarıdan da görüldüğü gibi, yeni düzeltilmiş işleçlerin yukarı analitik uzanımlara uygulanması Fuller işleçlerinin uygulanmasından daha az yanılığ içermektedir. Bundan dolayı analitik 'bağıntıdan bulunan kuramsal uzanımlarla daha iyi uyum sağlayacağı açıktır. Bu nedenle düzeltilmiş işleçlerin kullanılması Fuller'inkine oranla daha avantajlıdır.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- Agarwal, BNP., and Lal, T-, 1972, A generalized method of computing second derivative of gravity field: Geophys. 20, 385-394.
- Darby, E-K-, and Davies, E-B-, 1967, The analysis and design of two-dimensional filters of two-dimensional data: Geophys. Prosp. 15, 383-406-
- Dean, W-C-, 1958, Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation: Geophys., 23, 97-127
- Fuller* B.D., 1967, Two-dimensional frequency analysis; and design of grid operators, in Mining Geophysics, V. 2, Tulsa, Soc of Exploration Geophysicist, 658-708
- Henderson, R-G-, and Zietz, I, 1949 and' this volume, The computation of second

- vertical derivatives of geomagnetic fields: Geophys-, 14, 508-516-
- Irshad, R-M-, 1972, Design of small operators for the continuation of potential field data: Geophys-, 37, 485-506-
- Jenkins, G-M-, 1969, Spectral analysis and its applications. Holden-Day-
- Kontis, 1971, Aeromagnetic field test of total intensity upward continuation: Geophys-, 36, 418-425-
- Lavin, P-M. and Devane, J-F-, 1970, Direct design of two-dimensional wavenumber filters: Geophys-, 35, 1073-1078-
- Mesko', A-, 1965, Some notes concerning the frequency analysis for Gravity interpretation: Geophys- Prosp-, 13, 475-488-
- Robinson, E-S-, 1970, Upward continuation of total intensity magnetic fields: Geophys-, 920-926-
- Rabiner, LR-, and Gold, B-, 1975, Theory and application of digital signal processing: , Englewood- Cliffs, N-J-, Prentice Hall-
- Sanver,, M-, 1974, Ege Bölgesi havadan manyetik haritasının iki boyutlu filitreler ve istatistik yöntemlerle analizi: İ-T-Ü- Maden Fakültesi (Doçentlik tezi).
- Tsay, L.J., 1975, The use of Fourier series method in upward continuation with new improvements: Geophys- Prosp-, 23. 28-41-
- Zurflueh, E-G-, 1967, Applications of dimensional linear wavelength filtering: Geophys-, 3, 1015-1035-